

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES
DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR

LE TITRE DE DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ
(Mention : Sciences)

PAR

GIOVANNI BRUNELLO

INGÉNIEUR DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE SAO-PAULO

1^{re} THÈSE

CONTRIBUTION A L'ÉTUDE DE LA CONVECTION FORCÉE DE LA CHALEUR
SUR DES PAROIS RUGUEUSES

2^e THÈSE

PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ

ÉTUDE DE LA VISCOSITÉ DES MÉTAUX LIQUIDES

Soutenues le 19 janvier 1956, devant la Commission d'Examen

<i>Jury</i> }	MM. RIBAUD	<i>Président.</i>
	LAFFITTE	<i>Examineurs.</i>
	BRUN	

THÈSES

FACULTÉ DES SCIENCES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

Nom du candidat : **BRUNELLO.**

Prénom : **Giovanni.** POUR OBTENIR

LE TITRE DE DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ
(Mention : Sciences)

Date de la soutenance : **19 janvier 1956.**

Numéro d'ordre : Série A. 708. N° 734.

GIOVANNI BRUNELLO

INGÉNIEUR DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTECASSINO

BRUNELLO Giovanni. —

Contribution à l'étude de la convection forcée de la chaleur sur les parois rugueuses. — Paris, Imprimerie du Ministère de l'Air, 1957. In-8°, 77 p., 53 fig.

BRUNELLO Giovanni. —

Contribution à l'étude de la convection forcée de la chaleur sur les parois rugueuses. — Paris, Imprimerie du Ministère de l'Air, 1957. In-8°, 77 p., 53 fig.

CONTRIBUTION À L'ÉTUDE DE LA CONVECTION FORCÉE DE LA CHALEUR
SUR DES PAROIS RUGUEUSES

2^e THÈSE

PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA COMMISSION

BRUNELLO Giovanni. —

Contribution à l'étude de la convection forcée de la chaleur sur les parois rugueuses. — Paris, Imprimerie du Ministère de l'Air, 1957. In-8°, 77 p., 53 fig.

BRUNELLO Giovanni. —

Contribution à l'étude de la convection forcée de la chaleur sur les parois rugueuses. — Paris, Imprimerie du Ministère de l'Air, 1957. In-8°, 77 p., 53 fig.

MM. RIBAUD

Président.

Jury

LAFFITTE

BRUN

Examinateurs.

FACULTÉ DES SCIENCES

Nom du candidat : BRUNELLO.
Prénom : Giovanni.

Date de la soutenance : 19 janvier 1956.
Numéro d'ordre : Série A. 708. N. 734.

BRUNELLO Giovanni. —
Contribution à l'étude de la con-
vection forcée de la chaleur sur
les parois rugueuses. — Paris,
Imprimerie du Ministère de l'Air,
1957. In-8°, 77 p., 58 fig.

BRUNELLO Giovanni. —
Contribution à l'étude de la con-
vection forcée de la chaleur sur
les parois rugueuses. — Paris,
Imprimerie du Ministère de l'Air,
1957. In-8°, 77 p., 58 fig.

BRUNELLO Giovanni. —
Contribution à l'étude de la con-
vection forcée de la chaleur sur
les parois rugueuses. — Paris,
Imprimerie du Ministère de l'Air,
1957. In-8°, 77 p., 58 fig.

BRUNELLO Giovanni. —
Contribution à l'étude de la con-
vection forcée de la chaleur sur
les parois rugueuses. — Paris,
Imprimerie du Ministère de l'Air,
1957. In-8°, 77 p., 58 fig.

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES
DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR

LE TITRE DE DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ
(Mention : Sciences)

PAR

GIOVANNI BRUNELLO

INGÉNIEUR DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE SÃO-PAULO

1^{re} THÈSE

CONTRIBUTION A L'ÉTUDE DE LA CONVECTION FORCÉE DE LA CHALEUR
SUR DES PAROIS RUGUEUSES

2^e THÈSE

PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ

ÉTUDE DE LA VISCOSITÉ DES MÉTAUX LIQUIDES

Soutenues le 19 janvier 1956, devant la Commission d'Examen

<i>Jury</i> }	MM. RIBAUD	<i>Président.</i>
	LAFFITTE	<i>Examineurs.</i>
	BRUN	

CONTRIBUTION
A L'ÉTUDE DE LA CONVECTION FORCÉE
DE LA CHALEUR
SUR DES PAROIS RUGUEUSES

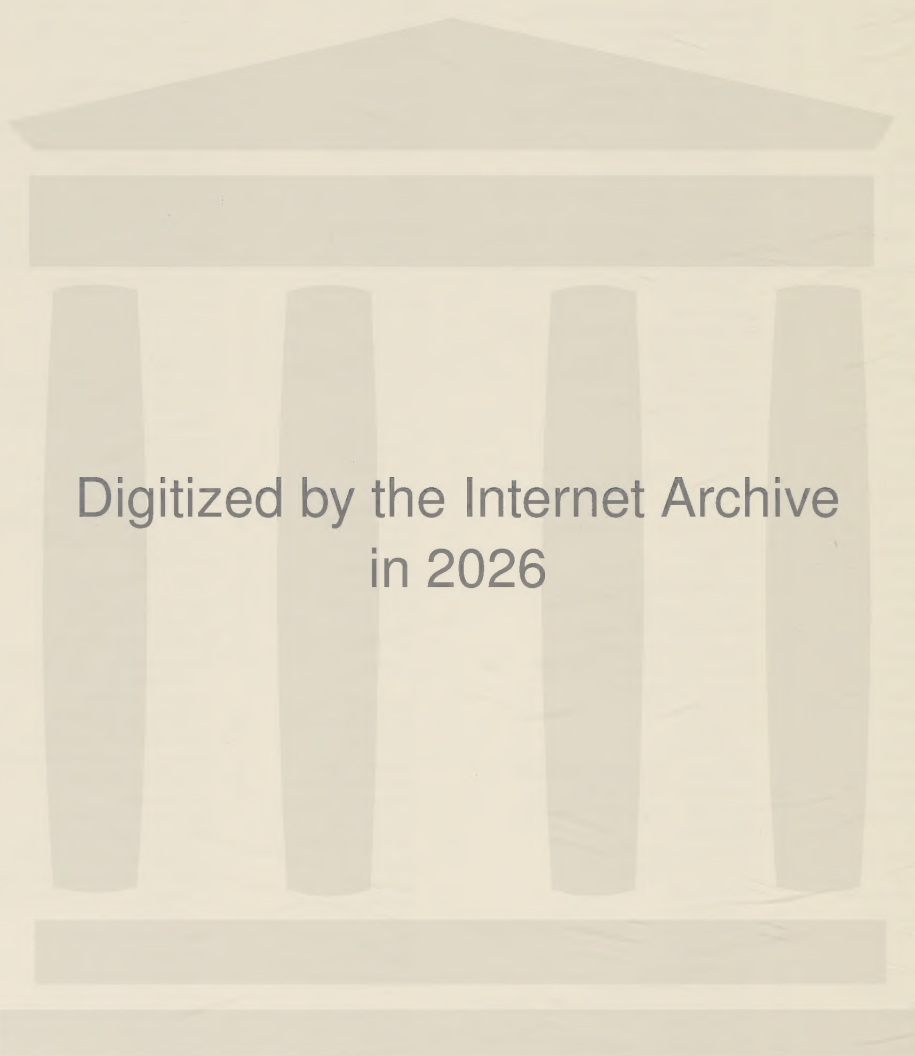
FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

Doyen J. PÉRÈS

PROFESSEURS

G. JULIA	T	Analyse supérieure et Algèbre supérieure.	M ^{lle} CAUCHOIS	T	Chimie-physique.
E. DARMOIS	T	Enseignement de Physique.	THELLIER	T	Physique du globe.
FOCH	T	Mécanique physique et expérimentale.	AUDUBERT	T	Électrochimie.
PAUTHENIER	T	Électrotechnique générale.	L'HÉRITIER	T	Génétique.
DE BROGLIE	T	Théories physiques.	GRIVET	T	Radio-électricité.
JOB	T	Chimie générale.	PONCIN	T	Mécanique des fluides.
PRENANT	T	Anatom. et Histol. comparées.	THIRY	T	Mécanique appliquée.
GARNIER	T	Géométrie supérieure.	DUBREIL	T	Arithmétique et théorie des nombres.
PÉRÈS	T	Mécanique des fluides et applications.	QUELET	T	Chimie organique.
LAUGIER	T	Physiologie générale.	CAGNIARD	T	Géophysique appliquée.
M. CURIE	T	Physique (P.C.B.).	CHAMPETIER	T	Chimie macromoléculaire.
BARRABÉ	T	Géologie structurale et Géologie appliquée.	CUVILLIER	T	Géologie structurale et Géologie appliquée.
G. DARMOIS	T	Calcul des probabilités et Physique mathématique.	JUNG	T	Pétrographie.
Jacques BOURCART	T	Géographie physique et Géologie dynamique.	TRILLAT	T	Micros. et diffraction électronique.
PLANTEFOL	T	Botanique.	WIEMANN	T	Chimie organique structurale.
GRASSÉ	T	Évolution des êtres organisés.	JACQUINOT	T	Spectroscopie et Phys. céleste.
PRÉVOST	T	Chimie organique.	VASSY	T	Physique de l'atmosphère.
BOULIGAND	T	Application de l'analyse à la géométrie.	DESTOUCHES	T	Théories physiques.
CHAUDRON	T	Chimie appliquée.	M. PRUVOST	T	Géologie.
WYART	T	Minéralogie.	AMIEL	T	Chimie (P.C.B.).
TEISSIER	T	Zoologie.	HOCART	T	Minéralogie.
MANGENOT	T	Biologie végétale.	J.-P. MATHIEU	T	Physique (P.C.B.).
P. AUGER	T	Physique quantique et relativité.	COUTEAUX	T	Biologie animale (P.C.B.).
MONNIER	T	Physiologie des fonctions.	MAY	T	Biologie animale (P.C.B.).
PIVETEAU	T	Géologie.	CHOQUET	T	Calcul diff. et intégral.
ROCARD	T	Physique (E.N.S.).	FELDMANN	T	Biologie (P.C.B.).
H. CARTAN	T	Mathématiques (E.N.S.).	GYINIER	T	Physique (P.C.B.).
LAFFITE	T	Chimie générale.	JOST	T	Biologie (P.C.B.).
FAVARD	T	Mécanique générale.	FORTET	T	Calcul des probabilités.
COULOMB	T	Physique du globe.	SCHWARTZ	T	Méthode math. de la Physique.
M ^{lle} COUSIN	T	Biologie animale (P.C.B.).	CHOUARD	T	Physiologie Végétale.
CHRÉTIEN	T	Chimie minérale.	MALAVARD	T	Aviation.
P. DRACH	T	Zoologie.	BRELOT	T	Calcul différentiel.
KASTLER	T	Physique.	NORMANT	T	Chimie (P.C.B.).
EPHRUSSI	T	Génétique.	BÉNARD	T	Chimie (P.C.B.).
WURMSER	T	Biologie physico-chimique.	BUVAT	T	Botanique (E.N.S.).
RIVIERE	T	Géologie (S.P.C.N.).	DUGUE	T	Statistiques mathématiques.
GAUTHERET	T	Biologie Végétale (P.C.B.).			Chimie (S.P.C.N.).
LUCAS	T	Physique.	GELOSO		Chimie (P.C.B.).
A. THOMAS	T	Biologie Cellulaire.	SOULAIRAC	T	Psychophysiologie.
ARNULF	T	Optique appliquée.	ULRICH	T	Physiologie végétale.
MAX MORAND	T	Physique.	MARÉCHAL	T	Optique théor. et appliquée.
SOLEILLET	T	Physique.	KIRRMANN	T	Théories chimiques.
FORTIER	T	Mécanique expérimentale des fluides.	CHADEFAUD		Botanique.
DANJON	T	Astronomie.	DESTRIAU		Physique (M.P.C.).
FROMAGEOT	T	Chimie biologique.	M ^{lle} LE BRETON		Physiologie générale.
LAPORTE	T	Physique générale et Radioactivité.	SALEM		Mathématiques générales.
JANET	T	Mécanique analytique et mécanique céleste.	LELONG	T	Mathématiques générales.
PETIT	T	Biologie maritime.	DEVILLERS		Anatomie et Histologie comparées.
QUENEY	T	Météorologie et dynamique atmosphérique.	EHRESMANN	T	Topologie algébrique.
GALLIEN	T	Embryologie.	FRANÇON		Physique (M.C.P.).
EICHHORN	T	Biologie végétale (P.C.B.).	GLANGEAUD	T	Géographie physique et Géologie dynamique.
DE CUGNAC	T	Biologie végétale (P.C.B.).	GODEMENT	T	Mathématiques (M.P.C.).
			PISOT	T	Calcul des probabilités.
			E. ROCH		Géologie.
			SCHATZMANN	T	Astrophysique.
			TERMIER	T	Paléontologie stratigraphique.
			ZAMANSKY	T	Mathématiques générales.
			JOLIOT	T	Physique nucléaire et radioactivité.
			BRUN		Mécanique des fluides.

Secrétaire général Ch. MONIER



Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41552424_0028

TABLE DES MATIÈRES

	PAGES
INTRODUCTION	1
<i>Notations et définitions</i>	3
CHAPITRE PREMIER. — Analyse des travaux sur la convection forcée de la chaleur le long d'une paroi rugueuse	6
1,1 REIHER	6
1,2 Miss MARSHALL	7
1,3 NAGAOKA et WATANABE	8
1,4 COPE	8
1,5 BOELTER et ses collaborateurs	9
1,6 SAMS	10
1,7 SUGAWARA et SATO	11
1,8 FOURNEL et M ^{me} GÉNOT	12
1,9 Conclusion	13
CHAPITRE II. — Première méthode expérimentale : convection forcée de la chaleur sur cylindres avec surface rugueuse	14
2,1 Dispositif expérimental	14
2,2 Résultats sur les tubes lisses	15
2,3 Résultats sur les tubes rugueux	15
CHAPITRE III. — Exposé d'une deuxième méthode	17
3,1 Introduction	17
3,2 Relation globale de l'énergie appliquée à la couche limite	17
3,3 Calcul du coefficient de convection dans le cas de la plaque plane	20
3,4 Première application pratique	21
CHAPITRE IV. — Convection forcée de la chaleur le long d'une plaque plane : dispositif expérimental et technique des mesures	32
4,1 Soufflerie	32
4,2 Plaques planes	35
4,3 Mesure des vitesses dans la couche limite	38
4,4 Mesure des températures	39
4,5 Déplacement des sondes de température et de vitesse	42

	PAGES
4,6 Marche des expériences	42
4,7 Précision des mesures	43
4,8 Causes d'erreurs systématiques	44
CHAPITRE V. — Convection forcée de la chaleur le long d'une plaque plane : calculs et résultats	46
5,1 Étude dynamique de la plaque lisse.....	46
5,2 Étude dynamique des plaques rugueuses	56
5,3 Étude thermique de la plaque lisse	61
5,4 Étude thermique des plaques rugueuses	68
5,5 Comparaison entre le frottement et la convection de la chaleur.....	73
5,6 Conclusions	75
BIBLIOGRAPHIE	77

INTRODUCTION

On sait que le calcul de la chaleur échangée par convection forcée entre une paroi lisse et un fluide en écoulement peut se faire en utilisant les analogies entre échange thermique et frottement.

En ce qui concerne les parois rugueuses on a, actuellement, un certain nombre de résultats sur le frottement mais fort peu sur la convection. Il s'ensuit que l'on applique encore de façon courante aux surfaces rugueuses les analogies utilisées dans le cas des surfaces lisses (voir, par exemple, [1], [2]). Or, les quelques travaux faits sur la convection rugueuse (*chapitre premier*) montrent que les analogies habituelles ne s'appliquent plus, la rugosité ne modifiant pas de la même façon le frottement et la convection.

Dans la plupart des cas, il est, de ce fait, impossible de calculer le coefficient de convection pour des surfaces rugueuses.

Nous avons cherché dans notre travail, effectué sous la direction de M. le Professeur Edmond-A. BRUN, dans le Laboratoire des Échanges Thermiques du C.N.R.S. (Bellevue), à apporter de nouveaux résultats sur l'influence de la rugosité sur la convection forcée de la chaleur.

Nous avons d'abord étudié, par la méthode classique, la convection sur des cylindres rugueux chauffés, placés normalement à un écoulement gazeux. Cette partie du travail, effectué en collaboration avec M^{lle} Magdeleine VERNOTTE, fait l'objet du *chapitre II*.

Dans le *chapitre III*, nous exposons une seconde méthode de détermination de la quantité de chaleur échangée entre une paroi et un fluide en mouvement. Cette méthode consiste à mesurer la répartition des vitesses et des températures dans la couche limite puis à utiliser la relation globale de l'énergie. Elle a l'avantage d'éviter la mesure de la quantité de chaleur fournie (ou retirée) au corps et ne nécessite pas de modification importante dans les installations à étudier.

Nous donnons ensuite la description des expériences faites pour vérifier cette méthode.

Dans les *chapitres IV et V*, nous appliquons la méthode précédente à l'étude de la convection forcée sur des plaques lisses et rugueuses.

Les plaques rugueuses sont en bronze fritté (matériau poreux, obtenu par la technique de la métallurgie des poudres, à partir de poudre de bronze à grains sphériques de diamètre uniforme).

Après la description de l'appareillage et des techniques de mesure utilisées, nous donnons, *chapitre V*, les résultats concernant la convection et le frottement sur nos

parois rugueuses, ces deux phénomènes ayant été étudiés simultanément pour les comparer.

Nous remercions vivement M. le Professeur Edmond-A. BRUN, non seulement de nous avoir invité à venir étudier dans son laboratoire l'intéressant sujet de ce travail, mais aussi pour l'aide et les conseils qu'il nous a toujours prodigués avec bienveillance.

Nous présentons, à M. le Professeur Théodoreto SOUTO, l'hommage de notre reconnaissance pour nous avoir permis, dans une période difficile, de venir en France et pour le grand appui que nous avons toujours trouvé en lui. Notre gratitude va également au « Conselho Nacional de Pesquisas » du Brésil dont la bourse nous a permis de faire ce travail.

Nous remercions M. Henri GONDET, Directeur Général des Laboratoires de Bellevue, pour toutes les facilités et l'aide mises à notre disposition dans la réalisation de nos installations, ainsi que les ingénieurs et le personnel du Laboratoire des Échanges Thermiques qui nous ont prêté leur concours.

NOTATIONS ET DÉFINITIONS (1)

c	Chaleur spécifique d'un liquide ou d'un solide.
c_p	Chaleur spécifique à pression constante.
c_v	Chaleur spécifique à volume constant.
C_f	Coefficient de frottement.
	$C_f = \tau_p / \frac{1}{2} \rho u_o^2$, pour un fluide qui s'écoule parallèlement à une plaque plane.
	$C_f = \tau_p / \frac{1}{2} \rho u_m^2$, pour un fluide qui s'écoule à l'intérieur d'un tube.
D	Diamètre.
D_i	Diamètre intérieur.
D_o	Diamètre extérieur.
e	Hauteur des aspérités d'une surface rugueuse.
e/D	Rugosité relative.
E.....	Énergie interne.
$\dot{F}$	Flux de chaleur.
g	Accélération de la pesanteur.
h	Hauteur de la colonne d'eau dans les tubes de mesure de débit.
Δh	Différence de pression lue sur un manomètre.
H	Longueur des cylindres.
L.....	Longueur sur une plaque plane pour les calculs des valeurs moyennes.
p	Pression.
p_a	Pression atmosphérique.
q_v	Débit en volume.
Q.....	Quantité de chaleur.
r	Facteur thermique pariétal = $\Delta \theta_f / \frac{u_o^2}{2 c_p}$.
R	Rayon.
S	Surface.
t	Temps.
T.....	Température moyenne de l'eau dans les cylindres.
T_i	Température de l'eau à l'entrée des cylindres.
ΔT	Chute de température de l'eau dans les cylindres.
u	Vitesse.
x	Abscisse de long d'une paroi.
y	Ordonnée d'un point de la couche limite.
W	Travail.
α	Coefficient de convection forcée de la chaleur.
α_m	entre l'air et les cylindres.
α_i	entre l'eau et la paroi intérieure des tubes.

(1) Ne figurent pas dans cette liste les symboles d'utilisation restreinte, qui sont définis au cours du texte.

δ	Épaisseur de la couche limite dynamique.
Δ	Épaisseur de la couche limite thermique.
δ_1	Épaisseur de déplacement $= \int_0^\infty \left(1 - \frac{\rho u}{\rho_e u_e}\right) dy$.
δ_2	Épaisseur de quantité de mouvement $\int_0^\infty \frac{\rho u}{\rho_e u_e} \left(1 - \frac{u}{u_e}\right) dy$.
δ_3	Épaisseur de force vive $\int_0^\infty \frac{\rho u}{\rho_e u_e} \left(1 - \frac{u^2}{u_e^2}\right) dy$.
Δ_1	Épaisseur de déplacement thermique $= \int_0^\infty \frac{\rho}{\rho_e} \left(\frac{\theta - \theta_e}{\theta_p - \theta_e}\right) dy$.
Δ_2	Épaisseur d'enthalpie $= \int_0^\infty \frac{\rho u}{\rho_e u_e} \left(\frac{\theta - \theta_e}{\theta_p - \theta_e}\right) dy$.
θ	Température Celsius.
Θ	Température absolue.
θ_i	Température d'arrêt.
θ_f	Température de frottement.
$\Delta\theta_i$	Écart de température d'arrêt $= \theta_i - \theta_0 = \frac{u_0^2}{2 c_p}$.
$\Delta\theta_f$	Écart de température de frottement $= \theta_f - \theta_0$.
λ	Coefficient de conduction thermique.
μ	Coefficient de viscosité.
ν	Coefficient de viscosité cinématique.
ξ	Coefficient de rayonnement.
ρ	Masse spécifique.
σ	Constante de Stefan $= 1,37 \times 10^{-12}$ cal/cm ² .s.(°K) ⁴ .
τ_p	Force de frottement à la paroi par unité de surface.
Φ	Densité de flux de chaleur.

INDICES

e	Relatif au fluide libre à la frontière extérieure de la couche limite.
l	Relatif à l'eau (chap. II).
m	Relatif à une valeur moyenne.
0	Relatif au fluide libre à l'infini amont.
p	Relatif à la paroi.
Δ	Relatif à la distance Δ de la paroi.
δ	Relatif à la distance δ de la paroi.
1	Relatif à la frontière entre film laminaire et partie turbulente de la couche limite.
max.....	Valeur correspondant à la vitesse maximum pour une rangée de tubes (chap. II).

EXPOSANTS

0	Relatif au corps noir.
$*$	Relatif à un fluide dont la température est supposée égale à θ_f .

NOMBRES SANS DIMENSIONS

Définis dans les cas :

- a) d'un fluide s'écoulant à l'intérieur d'un tube;
- b) d'un fluide s'écoulant normalement à un cylindre;
- c) d'un fluide s'écoulant parallèlement à une plaque plane,

$\mathcal{R}$	Nombre de Reynolds :
	a) $\mathcal{R} = u_m D_l / \nu$;
	b) $\mathcal{R} = u_{\max} D_g / \nu$;
	c) $\mathcal{R} = u_0 r / \nu$.
$\mathcal{N}$	Nombre de Nusselt :
	a) $\mathcal{N} = \alpha D_l / \lambda$;
	b) $\mathcal{N} = \alpha D_g / \lambda$;
	c) $\mathcal{N} = \alpha r / \lambda$.
$\mathfrak{M}$	Nombre de Margoulis :
	a) $\mathfrak{M} = \alpha / c_p \rho u_m$;
	b) $\mathfrak{M} = \alpha / c_p \rho u_{\max}$;
	c) $\mathfrak{M} = \alpha / c_p \rho u_0$.
$\mathcal{P}$	Nombre de Prandtl $= \frac{c_p u}{\lambda}$.

ANALYSE DES TRAVAUX SUR LA CONVECTION FORCÉE DE LA CHALEUR LE LONG D'UNE PAROI RUGUEUSE

A l'exception des deux plus anciens, tous les travaux sur la convection le long d'une paroi rugueuse ont porté sur des écoulements à l'intérieur de tubes ou le long de plaques planes. De plus, les mesures ont presque toujours été faites pour des nombres de Reynolds correspondant à des écoulements déjà turbulents sur une plaque lisse.

Il convient de signaler que si les aspérités sont relativement très éloignées, par rapport à leur hauteur, l'écoulement ne correspond plus à celui que l'on aurait avec une plaque rugueuse, mais à des successions de petits éléments de couche limite.

BOELTER appelle ces obstacles des « créateurs de turbulence » ou des « interrupteurs de couche limite ». Il faudra distinguer, dans les travaux, les résultats obtenus sur surfaces vraiment rugueuses, de ceux obtenus sur surfaces munies de tels « interrupteurs de couche limite ».

Dans les plus importants de ces travaux, on a comparé le coefficient de convection au coefficient de frottement afin d'en tirer des relations pouvant permettre le calcul de la chaleur transmise à partir des caractéristiques dynamiques de l'écoulement.

Nous faisons, ci-dessous, un petit résumé de chacun de ces travaux, dans l'ordre chronologique de leur apparition, en essayant d'en tirer des conclusions d'ensemble.

1,1

REIHER [3]

Étudie la convection de la chaleur sur des cylindres placés normalement à un écoulement d'air, pour des nombres de Reynolds inférieurs à 7 000.

Utilisant, pour représenter les résultats, une relation de la forme :

$$\mathcal{N} = C \mathcal{R}^n;$$

l'auteur trouve :

— pour les *cylindres lisses* :

$$n = 0,560 \quad \text{et} \quad C = 0,350;$$

— pour des *cylindres striés* de 12 cannelures parallèles aux génératrices, d'une profondeur égale à 0,07 D :

$$n = 0,747 \quad \text{et} \quad C = 0,082;$$

= pour des *cylindres semblables* mais représentant des *rugosités irrégulières* :

$$n = 0,86 \quad \text{et} \quad C = 0,0368.$$

Si l'on fait le calcul pour $\mathcal{R} = 6\,000$, on trouve que, dans le cas des derniers cylindres, l'échange de chaleur est 40 % plus grand que pour les cylindres lisses.

1,2

Miss MARSHALL [4]

Utilise des tubes (de 4 à 5 cm de longueur et de 13 cm de diamètre) faits à partir de plaques de nickel, de faible épaisseur. Ces tubes, chauffés électriquement, sont placés dans une soufflerie avec leur axe parallèle à la vitesse.

Des mesures ont été faites avec un tube lisse et deux tubes de rugosités différentes (pyramides de 0,25 cm et 1 cm de hauteur), dans des écoulements dont les vitesses varient de 5 à 17 m/s.

La densité de flux de chaleur échangée, Φ_w , est calculée à partir de la puissance électrique utilisée. L'intégration de l'équation de la quantité de mouvement (à partir du profil des vitesses en bout de tube) donne le frottement, obtenu également par pesée.

Pour comparer ses résultats, l'auteur calcule, à l'aide de l'analogie de Reynolds, la densité de flux de chaleur dissipée :

$$\Phi_a = \frac{\tau_p c_p (\theta_p - \theta_0)}{u_0 \left[1 + \frac{u_1}{u_0} (\mathcal{R} - 1) \right]}.$$

En prenant $1 + \frac{u_1}{u_0} (\mathcal{R} - 1) = 0,935$, il obtient :

— pour le *tube lisse* :

$$\frac{\Phi_a}{\Phi_w} = 0,8;$$

— pour le *tube rugueux* (hauteur de rugosité, 1 cm) :

$$\frac{\Phi_a}{\Phi_w} = 1,0.$$

Si les résultats ne confirment pas l'analogie de Reynolds, ils suivent toutefois la règle générale suivante :

— le rapport de la chaleur échangée au frottement décroît quand la rugosité augmente.

1,3

NAGAOKA ET WATANABE [5]

Ont étudié la convection forcée dans le cas d'un écoulement d'eau turbulent à l'intérieur de tubes lisses ou rugueux (27 mm de diamètre), chauffés extérieurement par un courant d'huile, circulant dans le même sens que l'eau.

Les différentes rugosités à l'intérieur des tubes sont réalisées en plaçant, au contact de la paroi, des ressorts métalliques formés de fils de section circulaire ou carrée ou rectangulaire ou semi-circulaire, etc. (pas des spires, 1 ou 2 cm; hauteur ou diamètre des fils, 0,9 à 4 mm).

Pour chacun des essais, sont mesurés, le débit, les températures d'entrée et de sortie de l'eau, la distribution des températures dans le tube le long de la zone d'échange et la perte de charge.

Les résultats, pour le *tube lisse*, sont en bon accord avec ceux de DITTUS et BOELTER [6].

Les nombreux essais sur les *tubes rugueux* montrent que, pour une même perte de charge, le coefficient de convection peut augmenter de 50 %.

Ce résultat, comme nous le verrons, est en désaccord, en particulier, avec ceux d'essais analogues faits sur les plaques planes (§ 1,8) et, en général, avec les résultats de toutes les expériences sur l'influence de la rugosité, ou des « créateurs de turbulence », sur la convection.

On peut penser que le ressort produit un mouvement hélicoïdal du fluide et que c'est ce mouvement qui provoque la grande augmentation du coefficient de convection.

1,4

COPE [7]

A mesuré le coefficient de convection thermique et le coefficient de frottement à l'intérieur d'un tube lisse et de trois tubes de rugosités différentes, refroidis extérieurement par un courant d'eau; dans ces tubes, placés verticalement, circule de l'eau chaude.

La rugosité des tubes est réalisée par des stries croisées formant, sur la paroi, des pyramides géométriquement semblables. Les trois tubes étudiés présentent des rugosités relatives respectivement égales à :

Tube A : 0,126; Tube B : 0,068; tube C : 0,022.

Pour chacun des essais, sont mesurés : le débit d'eau intérieur, les températures de l'eau et de la paroi aux sections extrêmes de la portion du tube où se font les échanges et la perte de charge entre ces deux sections. Le nombre de Reynolds varie de 2 000 à 60 000.

Les résultats de ces essais montrent qu'aux grandes vitesses, tous les tubes ont plus ou moins le même coefficient de convection que le tube lisse; qu'aux petites vitesses, les tubes A et B ont un coefficient de convection supérieur à celui du tube lisse, alors que c'est le contraire pour le tube C.

Pour les *tubes lisses*, dans la zone d'écoulement turbulent, on a :

$$2 \mathcal{N} / \mathcal{C}_f = 0,33,$$

ce qui est en bon accord avec la relation donnée par Ribaud [8] :

$$(1,4) \quad \frac{2 \mathcal{N}}{\mathcal{C}_f} = \frac{1}{1 + 0,75 (\text{Pr}^{2/3} - 1)}.$$

Pour les tubes rugueux :

— tube A : $2 \mathcal{N}/\mathcal{C}_f \approx 0,07$;

— tube B : $2 \mathcal{N}/\mathcal{C}_f \approx 0,085$;

— tube C : $2 \mathcal{N}/\mathcal{C}_f \approx 0,14$.

1,5

BOELTER ET SES COLLABORATEURS [9]

Ont fait leurs mesures sur une plaque constituant la paroi supérieure d'un conduit rectangulaire, de 30 cm de large, dont la hauteur peut varier de 1,6 à 8 cm et dans lequel circule de l'air. La face extérieure de la plaque est compartimentée et chauffée par de la vapeur d'eau.

La rugosité sur la face de la plaque tournée vers l'intérieur du conduit est réalisée par des bandes métalliques placées normalement à la paroi, d'une part, et à l'écoulement d'air, d'autre part. Ces bandes sont appelées, dans ce mémoire, des « créateurs de turbulence » ou « interrupteurs de couche limite » (fig. 1). Les deux hauteurs de ces « créateurs de turbulence » utilisés sont respectivement 3,2 mm et 9,5 mm et ils sont espacés de 2,5 cm.



Fig. 1

Pour déterminer le frottement, les auteurs ont placé deux prises de pression sur le conduit, l'une en aval, l'autre en amont de la zone où sont étudiés les échanges thermiques.

Le coefficient moyen de convection, correspondant à chaque compartiment supérieur, est proportionnel à la quantité d'eau condensée dans le compartiment supérieur correspondant.

Les résultats montrent que, pour une même perte de charge :

— pour la *plaque lisse*, le coefficient de convection ne dépend pas de la hauteur du conduit;

— pour la *plaque munie de « créateurs de turbulence »* de 3,2 mm, le coefficient de convection augmente de 50 à 150 % selon la hauteur du conduit et est encore de 5 à 30 % plus grand avec les « créateurs de turbulence » de 9,5 mm. Dans ce dernier cas, le calcul montre que cette augmentation supplémentaire est due à un effet d'ailette.

Les données ne permettent pas le calcul du rapport $2 \mathcal{N} / \mathcal{C}_f$.

1,6

SAMS [10]

Fait ses mesures sur des tubes lisses et rugueux (15 mm de diamètre) horizontaux, chauffés électriquement, dans lesquels circule de l'air.

Le courant de chauffage passe directement dans la paroi du tube réalisé en inconel. Un calorifugeage évite les pertes de chaleur vers l'extérieur.

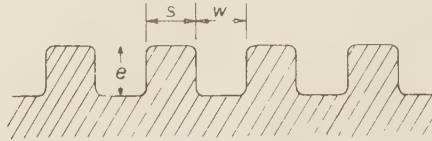


Fig. 2

Les rugosités sont constituées, à l'intérieur des tubes, par un filetage rectangulaire dont les caractéristiques e , w , s (fig. 2) sont données dans le tableau suivant :

	c/w	s/w	e/D_i
Tube A	1,37	1,00	0,0125
Tube B.....	1,12	1,30	0,0185
Tube C.....	0,88	1,00	0,0080

Le bilan thermique est calculé par la méthode classique, à partir des mesures de la puissance consommée par le chauffage, de la température moyenne de la paroi, des températures d'entrée et de sortie de l'air, du débit d'air. .

Le frottement est calculé à partir de la mesure de la perte de charge.

Le nombre de Reynolds varie de 10^4 à $3,5 \cdot 10^5$ et la température du tube peut atteindre 800°C .

L'auteur a vérifié, à nouveau, que, lorsque le rapport Θ_p/Θ_m (Θ_p , température du tube, Θ_m , température moyenne de l'air) décroît, le coefficient de convection croît. Pour éviter cela, il prend la température $\frac{\Theta_p + \Theta_m}{2}$ (dite, température du film) pour déterminer les propriétés physiques du fluide.

Les résultats montrent que l'influence de la rugosité sur le coefficient de convection croît avec la vitesse. Les données sont insuffisantes pour faire des calculs précis, mais, d'une façon approchée, on obtient :

— pour les tubes lisses :

$$1,1 < \frac{2 \mathfrak{N}}{C_f} < 1,3;$$

— pour les tubes rugueux :

$$A, \quad \frac{2 \mathfrak{M}}{C_f} \neq 0,7,$$

$$B, \quad \frac{2 \mathfrak{M}}{C_f} \neq 0,9.$$

L'auteur cite un travail analogue fait par STREETER et CHU [11] et de ces travaux il conclut que, seuls, les rapports s/w et e/w modifient le coefficient de frottement, la rugosité relative e/D_i ayant fort peu d'influence.

1,7

SUGAWARA ET SATO [12]

Ont fait leurs mesures sur une plaque plane placée parallèlement à un écoulement fluide, sans interférences d'autres parois; ce sont les seules mesures de ce genre que nous ayons trouvées dans la littérature. Malheureusement, les conditions d'expérience sont très complexes et le peu de résultats donnés par ces auteurs ne nous ont pas permis de faire une analyse complète de ce travail.

La plaque munie de thermocouples est placée dans une veine de soufflerie. Les essais ont été faits :

1° en soufflant de l'air chaud sur la plaque;

2° en soufflant de l'air froid sur la plaque préalablement chauffée.

Dans la première série d'essais, la mesure de la distribution des températures de la plaque se fait au cours de son échauffement et, dans la seconde série, au cours de son refroidissement.

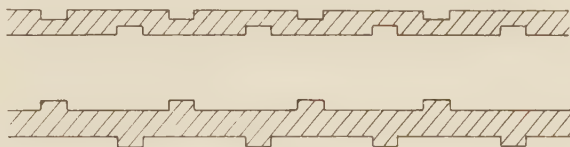


Fig. 3

Les types de rugosité réalisés sur les plaques sont illustrés par la *figure 3*; leur hauteur (ou profondeur) varie de 0,3 à 1 mm et leur espacement de 6 à 24 mm. Le nombre de Reynolds varie entre $8 \cdot 10^3$ et $4 \cdot 10^5$.

Les auteurs, en établissant l'équation différentielle du bilan thermique d'un élément de la plaque, obtiennent :

$$\frac{d\theta}{dt} = - \frac{\alpha}{c\rho z} \theta$$

qui permet le calcul du coefficient de convection en chaque instant et en chaque point de la plaque. Dans cette relation c et ρ sont les propriétés physiques du matériau qui constitue la plaque et z est l'épaisseur de la plaque.

Les résultats sur la *plaque lisse*, peu différents que la plaque soit réchauffée ou refroidie, sont très supérieurs à ceux que l'on trouve dans le cas d'une plaque à température constante. Les auteurs attribuent cet écart au gradient de température sur la plaque et ils ont montré que leurs résultats sont bons si l'on tient compte théoriquement de ce gradient.

Les plaques avec aspérités ou stries se comportent comme des plaques lisses jusqu'à une certaine valeur de $\mathcal{R}$ variable avec la position et les dimensions des rugosités; au-dessus de cette valeur de $\mathcal{R}$, leur coefficient de convection devient supérieur à celui des plaques sans rugosité et suit alors une loi du type :

$$\mathcal{N} = C \mathcal{R},$$

C étant une constante variant avec la position et les dimensions des rugosités.

1,8 FURNEL ET M^{me} GÉNOT [13]

Ont utilisé une plaque plane en cuivre, chauffée par de la vapeur saturée, et montée dans une soufflerie à la place d'une paroi de la veine. La paroi opposée de la veine est identique et chauffée à la même température.

La plaque mesure 8 cm $\times$ 25 cm; la hauteur de la veine est de 1 cm et le nombre de Reynolds varie de $8 \cdot 10^4$ à $4 \cdot 10^5$.

La rugosité des plaques est réalisée par un réseau de fils métalliques croisés, de diamètre 0,3 et 0,5 mm, tendus sur la surface plane (fig. 4).

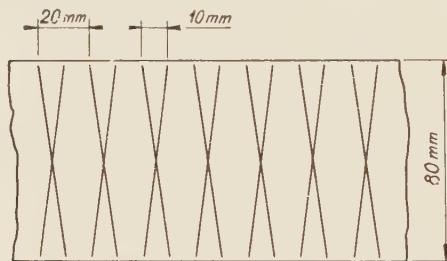


Fig. 4

Pour la *plaque lisse*, les coefficients de convection et de frottement ont des valeurs voisines de celles que donnent les résultats habituels.

Pour les *plaques rugueuses* :

a) fils de 0,3 mm, le coefficient α est multiplié par 1,7 et :

$$0,42 < \frac{2 \mathcal{N}}{C_f} < 0,46;$$

b) fils de 0,5 mm, le coefficient α est multiplié par 1,95 et :

$$0,30 < \frac{2 \mathcal{N}}{C_f} < 0,36.$$

1,9

CONCLUSION

Comme on pouvait s'y attendre, tous ces résultats montrent que la rugosité intervient en même temps sur la convection et le frottement, ces deux phénomènes ayant pour un même nombre de Reynolds des intensités croissant avec la rugosité.

Si les nombres de Prandtl étaient très différents de l'unité, il pourrait peut-être en être autrement, en régime laminaire, à cause des différences d'épaisseurs des couches limites dynamique et thermique, ou, en régime turbulent, par suite de la différence d'épaisseur des films où la répartition des températures et des vitesses est supposée linéaire.

L'influence de la rugosité étant plus importante sur le frottement que sur la convection, elle provoque toujours une diminution du rapport $2\mathcal{N}/\mathcal{C}_f$.

Toutefois, il est bien difficile de tirer des conclusions générales de tous ces travaux, les différentes formes de rugosité utilisées ne permettant pas des comparaisons commodes.

CHAPITRE II

PREMIÈRE MÉTHODE EXPÉRIMENTALE : CONVECTION FORCÉE DE LA CHALEUR SUR CYLINDRES AVEC SURFACE RUGUEUSE

Nous ne présentons ici qu'un résumé de ce chapitre, car le texte complet a fait l'objet d'une autre publication du Ministère de l'Air, en collaboration avec Edmond-A. BRUN et Magdeleine VERNOTTE [35].

2,1

DISPOSITIF EXPÉRIMENTAL

Pour étudier la convection forcée de la chaleur sur la surface extérieure de cylindres circulaires, nous avons placé, dans la section carrée (30 cm de côté) d'une soufflerie, quatre tubes parallèles d'axe normal à celui de la veine. Au cours d'une même série d'expériences, les quatre tubes, de même diamètre D , ne différaient que par l'état de la surface extérieure : l'un est lisse; les trois autres, rugueux avec des aspérités de hauteurs différentes. Les expériences ont été faites successivement avec deux séries de tubes, les diamètres extérieurs étant respectivement, pour chacune des deux séries, de 5 et de 8 mm, le diamètre intérieur étant toujours le même (3 mm).

Les tubes étaient parcourus par un courant d'eau chaude, réglé dans chaque tube à l'aide d'un robinet à pointeau, de manière que le débit soit le même. Des thermocouples, placés à l'entrée et à la sortie de chaque tube, permettaient de connaître, par mesure différentielle, la chute de température de l'eau, et cela pour chacune des vitesses de l'air dans la veine. Le résultat direct de la mesure était ainsi la chaleur transmise de l'eau à l'air; le courant d'eau chaude étant toujours le même dans les divers tubes, il suffisait d'évaluer, une fois pour toutes, le coefficient de convection de l'eau circulant dans le tube, pour en déduire le coefficient de convection α de l'air sur la surface extérieure du tube.

Les expériences étaient d'abord effectuées sur quatre tubes lisses, aussi identiques que possible, et cela pour connaître la précision que l'on pouvait attendre des mesures; trois des tubes étaient ensuite rendus rugueux, les aspérités étant géométriquement semblables mais de hauteurs différentes. On ne pouvait conclure à une influence de la rugosité sur la convection que si les écarts observés sur tubes lisses, d'une part, et sur tubes rugueux, d'autre part, étaient nettement supérieurs à ceux notés dans l'étude comparative des quatre tubes lisses.

2,2

RÉSULTATS SUR LES CYLINDRES LISSES

Les nombreuses mesures que nous avons effectuées sur les cylindres lisses conduisent à une courbe moyenne dont les points expérimentaux s'écartent au plus de 6 %. Ces points se situent à l'intérieur de l'ensemble des résultats obtenus par les différents expérimentateurs ayant opéré sur le même intervalle du nombre de Reynolds.

Le nombre de Nusselt $\mathcal{N} = \alpha D/\lambda$ est donné, en fonction du nombre de Reynolds $u_{\max} D\rho/\mu$, par :

$$\mathcal{N} = 0,136 \mathcal{R}^{0,65}$$

mais, en fait, l'exposant n du nombre de Reynolds varie de 0,61 à 0,70 quand $\mathcal{R}$ varie de 6 000 à 15 000.

2,3

RÉSULTATS SUR LES CYLINDRES RUGUEUX

Les principaux résultats tirés des mesures sur les *cylindres rugueux* sont les suivants :

a) le coefficient de convection α dépend, pour un même diamètre D , de la hauteur e des aspérités mais, pour une même rugosité relative, e/D , il reste le même. Ainsi, avec deux cylindres de diamètres différents et de même rugosité relative 0,08, les écarts observés ne sont pas supérieurs à ceux que justifiait la précision des mesures;

b) pour une rugosité relative égale à 0,02 et un domaine du nombre de Reynolds 10 000-15 000, les points expérimentaux se situent sur la courbe des cylindres lisses. La rugosité n'a plus d'influence sur la convection au-dessous d'une telle valeur de e/D ;

c) sur un diagramme logarithmique donnant $\mathcal{N}$ en fonction de $\mathcal{R}$ (*fig. 5*), les points expérimentaux concernant les cylindres rugueux se placent sur des droites parallèles de pente 0,9, les droites s'échelonnant suivant la valeur de la rugosité relative, sauf dans un cas ($e/D = 0,05$); en fait, si l'on trace cette parallèle aux autres, on reste dans la limite des erreurs accidentelles (3,5 %). Ainsi :

$$(2,3 a) \quad \mathcal{N} = C \mathcal{R}^{0,9}$$

La pente commune observée pour les cylindres rugueux est ainsi nettement distincte de celle qui correspond aux cylindres lisses;

d) si l'on porte, sur un diagramme logarithmique, les valeurs du coefficient C figurant dans l'expression (2,3 a) en fonction de la rugosité relative e/D , on trouve que les points se placent sensiblement sur une même droite de pente 0,27 (*fig. 6*). Ainsi :

$$(2,3 b) \quad \mathcal{N} = 0,0425 \left(\frac{e}{D} \right)^{0,27} \mathcal{R}^{0,9} \quad \text{pour} \quad 6\,000 < \mathcal{R} < 15\,000.$$

Sur la *figure 6*, le même point représente les résultats correspondant à deux cylindres de même rugosité relative 0,08. Nous avons, d'autre part, porté deux valeurs de C pour $e/D = 0,05$; le point le plus bas correspond à la droite déficiente, tandis qu'en traçant celle-ci parallèle aux autres droites, on obtient un point qui s'aligne avec les autres, ce qui justifie *a posteriori* la correction faite.

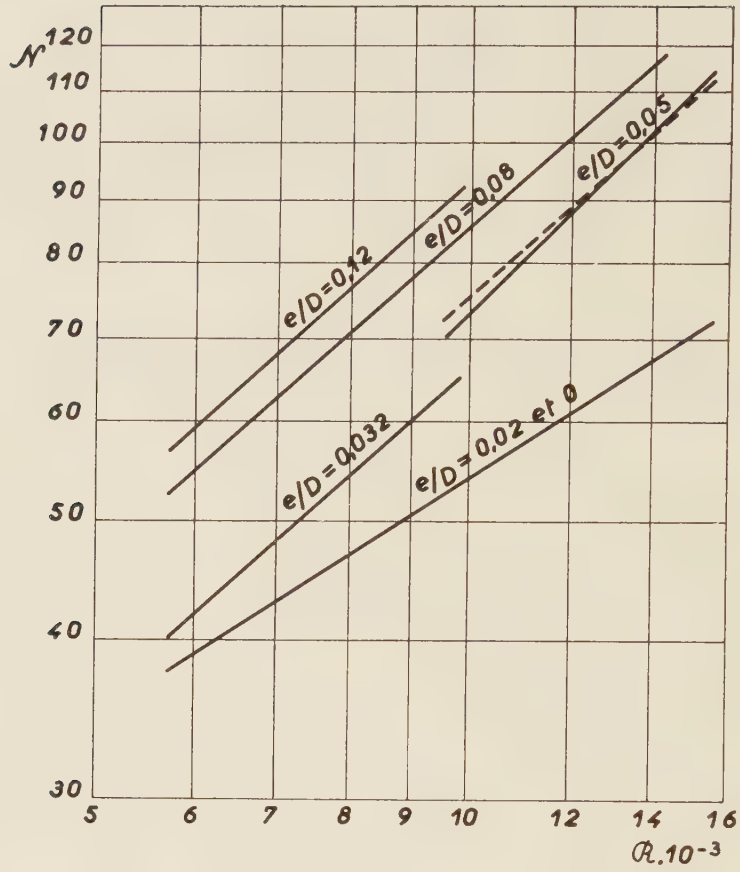


Fig. 5

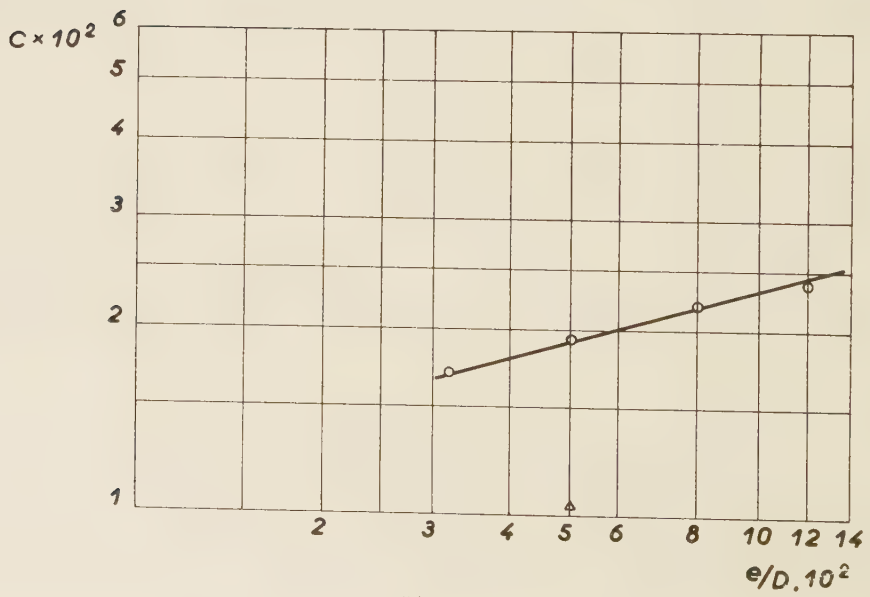


Fig. 6

CHAPITRE III

EXPOSÉ D'UNE DEUXIÈME MÉTHODE

3,1

INTRODUCTION

Les mesures, toujours difficiles, d'échanges de chaleur entre un solide et un courant fluide dans lequel il est immergé nécessitent, en général, la présence, à l'intérieur du corps, d'une source de chaleur (ou de froid) dont le débit est connu. Cette condition réalisée, il est encore, en général, difficile de connaître le flux de chaleur qui traverse la surface sur laquelle on étudie la convection.

De telles mesures sur des appareils existants entraînent la réalisation d'installations spéciales, qui ne serviront plus ensuite, et qui demandent parfois des moyens importants. En outre, il faut encore s'assurer que les échanges étudiés correspondent aux échanges réels, ce qui n'est pas toujours facile.

Pour pallier ces inconvénients, nous proposons l'emploi, dans des cas particulièrement délicats, d'une méthode fondée sur l'exploration dynamique et thermique de la couche limite. Les progrès récents effectués dans la technique de telles explorations permettent d'assurer une bonne précision dans les mesures ainsi faites.

Nous avons utilisé cette méthode pour l'étude de la convection forcée de la chaleur sur les plaques planes rugueuses; mais auparavant, nous l'avons appliquée à un cas pratique pour lequel il était possible de comparer les résultats de cette méthode avec ceux obtenus par la méthode classique.

Nous donnerons ci-dessous, dans le cas général, la relation sur laquelle est fondé le principe de la mesure, puis les résultats de nos expériences.

3,2

RELATION GLOBALE DE L'ÉNERGIE APPLIQUÉE A LA COUCHE LIMITE

1. — Cette relation ¹ est le résultat de l'application du théorème de la conservation de l'énergie à la couche limite, dans le cas d'un écoulement plan.

On considère une paroi à température constante, θ_p , léchée par un fluide dont la température au loin à l'amont est θ_o . On suppose que le fluide qui s'écoule est un gaz

(1) Voir [20] pour les détails de l'établissement de cette relation.

parfait et que, dans le domaine de température qui nous intéresse, les chaleurs spécifiques c_p et c_v sont constantes.

On considère une portion de la couche limite dont l'envergure, perpendiculaire au plan de l'écoulement, est égale à l'unité et limitée, perpendiculairement au plan de l'écoulement, par deux demi-plans AB et CD normaux à la paroi et distants de la longueur $AC = dx$ (fig. 7). On suppose, pour fixer les idées, que, dans la couche limite, la variation de vitesse suivant la normale à la paroi, est plus rapide que la variation de

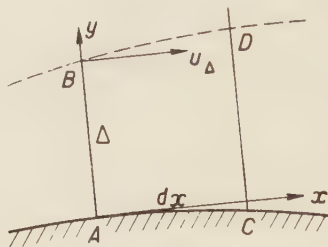


Fig. 7

température, de sorte que δ est plus petit que Δ . La hauteur moyenne de la couche limite sur la longueur dx est ainsi prise égale à Δ et nous appellerons u_Δ la vitesse du fluide à cette distance.

On écrit qu'en régime permanent, pendant le temps dt , la variation dE d'énergie totale (énergie interne + énergie cinétique) de la masse de fluide qui occupe le volume ABDC de la couche limite à l'instant t est égale à la somme du travail dW qu'effectuent, pendant le temps dt , les forces appliquées à cette portion et de la quantité de chaleur dQ , qui pénètre dans la portion pendant le même temps :

$$(3,2 a) \quad dE = dW + dQ.$$

2. — L'énergie transportée par le fluide dans la couche limite et qui traverse, pendant l'unité de temps, une surface perpendiculaire à l'écoulement, d'envergure égale à l'unité, de hauteur élémentaire dy et située à la distance y de la paroi, est :

$$\left(\frac{u^2}{2} + c_v \theta \right) \rho u dy;$$

si l'on tient compte de l'énergie qui entre dans le volume ABCD par les surfaces AB et BD et de l'énergie qui sort par la surface CD, on arrive à :

$$(3,2 b) \quad dE = dt dx \left[\frac{d}{dx} \int_0^\Delta \left(\frac{u^2}{2} + c_v \theta \right) \rho u dy - \left(\frac{u_\Delta^2}{2} + c_v \theta_\Delta \right) \frac{d}{dx} \int_0^\Delta \rho u dy \right].$$

3. — Il n'y a pas de déplacement relatif du fluide au contact de la paroi et il n'y a donc point de travail des forces de frottement appliquées sur la face AC; le gradient de vitesse étant très faible sur la face BD, il n'y a aucune force de frottement sur cette face. Finalement, les seules forces appliquées qui produisent du travail sont les forces

de pression, sur les surfaces AB, CD et BD. Si p est la pression en un point à la distance y de la paroi et p_Δ , la pression en un point à la distance Δ , la somme des travaux, pendant le temps dt , des forces appliquées à la portion ABCD, s'écrit :

$$(3,2 c) \quad dW = dt \, dx \left(\frac{p_\Delta}{\rho_\Delta} \frac{d}{dx} \int_0^\Delta \rho u \, dy - \frac{d}{dx} \int_0^\Delta p u \, dy \right).$$

4. — La seule quantité de chaleur dQ qui entre (algébriquement) dans la portion ABDC est celle qui traverse l'élément de paroi AC. Si Φ_p désigne la densité de flux de chaleur au point A :

$$(3,2 d) \quad dQ = dt \, dx \, \Phi_p.$$

5. — D'après les équations (3,2 b), (3,2 c) et (3,2 d) et compte tenu que, pour un gaz parfait :

$$c_v \theta + \frac{p}{\rho} = c_p \theta,$$

la relation (3,2 a) s'écrit, finalement :

$$(3,2 e) \quad \Phi_p = \frac{d}{dx} \int_0^\Delta \left(\frac{u^2}{2} + c_p \theta \right) \rho u \, dy - \frac{d}{dx} \left[\left(\frac{u_\Delta^2}{2} + c_p \theta_\Delta \right) \int_0^\Delta \rho u \, dy \right] \\ + \left(u_\Delta \frac{du_\Delta}{dx} + c_p \frac{d\theta_\Delta}{dx} \right) \int_0^\Delta \rho u \, dy.$$

Dans l'écoulement, à la frontière de la couche limite, la conservation de l'énergie peut s'écrire :

$$\frac{u_\Delta^2}{2} + c_p \theta_\Delta = \text{const.}$$

ou :

$$u_\Delta \frac{du_\Delta}{dx} + c_p \frac{d\theta_\Delta}{dx} = 0.$$

Par suite, le dernier terme de Φ_p est nul.

Dans le reste de l'expression, on peut remplacer la limite supérieure Δ par l'infini, à condition d'utiliser au-delà de Δ , les lois extrapolées de variation de la vitesse et de la température en fonction de y , dans la couche limite. L'expression de Φ_p devient alors :

$$\Phi_p = c_p \frac{d}{dx} \int_0^\infty (\theta - \theta_e) \rho u \, dy - \frac{d}{dx} \int_0^\infty \frac{u_e - u^2}{2} \rho u \, dy$$

ou, en introduisant l'épaisseur de force vive, δ_3 , et l'épaisseur d'enthalpie, Δ_2 :

$$(3,2 f) \quad \boxed{\Phi_p = c_p \frac{d}{dx} \left[(\theta_p - \theta_e) \rho_e u_e \Delta_2 \right] - \frac{1}{2} \frac{d}{dx} (\rho_e u_e^3 \delta_3) .}$$

Enfin, dans le cas de la plaque ($u_e = \text{const} = u_0$; $\theta_e = \text{const.} = \theta_0$) et d'une masse spécifique constante ρ :

$$(3,2g) \quad \boxed{\Phi_p = c_p \rho u_0 \left[(\theta_p - \theta_0) \frac{d\Delta_2}{dx} - \frac{u_0^2}{2c_p} \frac{d\delta_3}{dx} \right]}.$$

3,3 CALCUL DU COEFFICIENT DE CONVECTION DANS LE CAS DE LA PLAQUE PLANE

1. — Comme nous le savons, quand un corps se trouve dans un courant fluide, il s'échauffe à cause de la dissipation d'énergie dans la couche limite et prend une température θ_f , plus grande que θ_0 .

Les expériences de BRUN et JAMPY [21] ont montré que, si l'on veut avoir un coefficient de convection indépendant de l'écart de température entre la paroi et le fluide, il faut le définir par la relation :

$$(3,2 h) \quad \alpha^* = \frac{\Phi_p}{\theta_p - \theta_f}.$$

La théorie conduit, d'ailleurs, dans certains cas, à cette expression et l'on peut montrer que les valeurs obtenues à partir de (3,2 h) coïncident avec celles obtenues à partir de l'expression classique :

$$(3,2 i) \quad \alpha = \frac{\Phi_p}{\theta_p - \theta_0}$$

si, dans l'application théorique, on ne tient pas compte de la dissipation dans la couche limite. Ainsi, l'expression (3,2 h) donne des résultats qui, comme il se doit, ne dépendent pas de θ_f .

Évidemment, les résultats de (3,2 h) s'approchent de ceux de (3,2 i) quand $\theta_p - \theta_f$ s'approche de $\theta_p - \theta_0$, c'est-à-dire, dans les cas de vitesses faibles ($\theta_f - \theta_0$, petit) ou de températures de paroi élevées.

2. — D'après (3,2 g), le coefficient de convection sur une plaque plane, au point A, est donc donné par :

$$^* = c_p \rho u_0 \left[\frac{\theta_p - \theta_0}{\theta_p - \theta_f} \frac{d\Delta_2}{dx} - \frac{u_0^2}{2c_p (\theta_p - \theta_f)} \frac{d\delta_3}{dx} \right]$$

ou :

$$\alpha^* = c_p \rho u_0 \left[\left(1 + \frac{\theta_f - \theta_0}{\theta_p - \theta_f} \right) \frac{d\Delta_2}{dx} - \frac{u_0^2}{2c_p (\theta_p - \theta_f)} \frac{d\delta_3}{dx} \right].$$

Si l'on introduit le facteur thermique pariétal r , au point A, on a enfin :

$$(3,2 j) \quad \alpha^* = c_p \rho u_0 \left[\frac{d\Delta_2}{dx} + \frac{u_0^2}{2c_p (\theta_p - \theta_f)} \left(r \frac{d\Delta_2}{dx} - \frac{d\delta_3}{dx} \right) \right].$$

En général, il est commode d'exprimer les résultats en introduisant le nombre de Margoulis; dans notre cas, il est donné par :

$$(3,2 k) \quad \mathcal{N}^* = \frac{\alpha}{c_p \rho u_0} = \frac{d\Delta_2}{dx} + \frac{u_0^2}{2 c_p (\theta_p - \theta_f)} \left(r \frac{d\Delta_2}{dx} - \frac{d\delta_3}{dx} \right).$$

Dans les essais que nous allons décrire ci-dessous et dans les chapitres suivants, le dernier terme de (3,2 k) est toujours petit, de sorte que, les valeurs de r et, par suite de θ_f , données dans la littérature, pour les divers cas, permettent une précision suffisante.

Il suffit donc d'avoir $d\Delta_2/dx$ et $d\delta_3/dx$, ce qui est possible si l'on connaît la distribution des vitesses et des températures dans la couche limite au voisinage du point A.

3. — Toujours dans le cas de la plaque plane, supposée à température uniforme, le flux de chaleur sur la longueur L comptée à partir du bord d'attaque, est :

$$\mathcal{F} = \int_0^L \Phi_p dx = c_p \rho u_0 \left[(\theta_p - \theta_0) \Delta_2 - \frac{u_0^2}{2 c_p} \delta_3 \right].$$

La densité moyenne du flux de chaleur sur la longueur L , est :

$$\Phi_{pm} = \frac{\mathcal{F}}{L} = c_p \rho u_0 \left[(\theta_p - \theta_0) \frac{\Delta_2}{L} - \frac{u_0^2}{2 c_p} \frac{\delta_3}{L} \right]$$

et, si l'on définit le coefficient moyen de convection sur la longueur L , α_m^* , par :

$$(3,2 l) \quad \alpha_m^* = \frac{\Phi_{pm}}{\theta_p - \theta_f}$$

et le nombre moyen de Margoulis, $\mathcal{N}_m^*$, par :

$$(3,2 m) \quad \mathcal{N}_m^* = \frac{\alpha_m^*}{c_p \rho u_0},$$

on obtient :

$$(3,2 n) \quad \boxed{\mathcal{N}_m^* = \frac{\theta_p - \theta_0}{\theta_p - \theta_f} \frac{\Delta_2}{L} - \frac{u_0^2}{2 c_p (\theta_p - \theta_f)} \frac{\delta_3}{L}}$$

3,4

PREMIÈRE APPLICATION PRATIQUE

Nous avons appliqué les théorèmes précédents à la mesure des coefficients de convection le long d'une plaque plane placée parallèlement à l'écoulement.

1. — Appareillage.

La plaque plane est placée dans une petite soufflerie, du type Eiffel, qui se trouvait disponible au laboratoire (fig. 8). La chambre d'expériences, qui mesure 45 cm de

long, a une section rectangulaire d'entrée 330 mm $\times$ 145 mm. Ses parois sont légèrement divergentes pour tenir compte du développement de la couche limite.

La plaque plane (*fig. 9 et 10*), en laiton, mesure 1,8 cm d'épaisseur, 14,5 cm de largeur, 25 cm de longueur et est remplie d'huile de transformateur. Son échauffement est obtenu par deux groupes de résistances électriques en série : celui qui se trouve près du bord d'attaque est constitué par quatre résistances et l'autre, par deux. Le courant qui passe dans chaque groupe est réglé par un rhéostat. Ce réglage et une disposition convenable des résistances permettent une bonne compensation des différences de température dues à la variation du coefficient de convection le long de la plaque. Nous sommes arrivés, de cette façon, à obtenir une température uniforme de la plaque, avec des écarts maximums de 0,5° C par rapport à la moyenne.

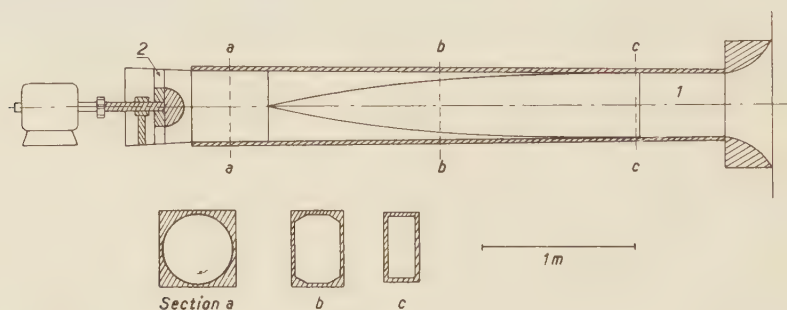


Fig. 8

Les résistances sont montées sur un support rigide et placées parallèlement au bord d'attaque. Le passage du courant de l'une à l'autre se fait par des fils de cuivre, ce qui permet d'éviter un plus grand échauffement des bords latéraux de la plaque.

Les mesures des températures de la plaque ont été faites à l'aide de thermocouples placés à l'intérieur de trous (2 mm de diamètre et 50 mm de profondeur) percés dans la paroi supérieure de la plaque et disposés comme le montre la *figure 9*. Ces fils sont protégés par un petit tube isolant et, dans la soudure, par un vernis. Pour avoir une idée de la précision des mesures, les couples ont été placés symétriquement, quatre de chaque côté.

Le *distribution des vitesses* dans la couche limite est obtenue en mesurant, à l'aide d'un manomètre à tube incliné, la différence entre la pression totale au point considéré et la pression statique.

La prise de pression totale est constitué par un tube d'acier de 0,7 mm de diamètre extérieur et de 0,5 mm de diamètre intérieur; l'extrémité est aplatie (pour en diminuer la hauteur) et bien polie (*fig. 11*). La prise de pression statique, constituée par un tube parallèle à l'écoulement, fermé à son extrémité et percé de trous sur les parois latérales, est située hors de la couche limite puisque, comme on le sait, la pression statique ne varie pas le long des normales à la paroi.

La vitesse u est donnée, en mètres par seconde, par l'expression :

$$u = 6,50 \sqrt{\frac{\Theta_0}{P_0} \sqrt{\Delta h}},$$

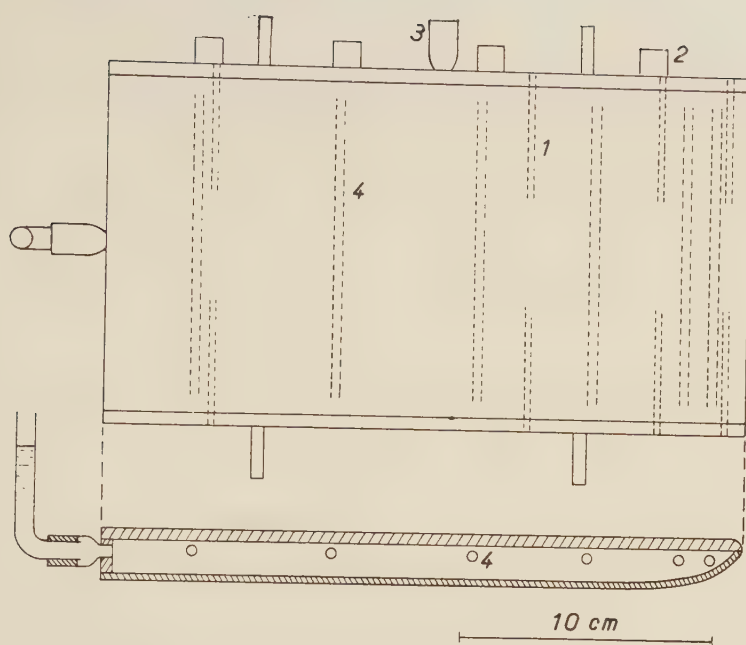


Fig. 9



Fig. 10

où Δh est la différence de pression en millimètres d'eau, Θ_0 , la température absolue hors de la couche limite (en $^{\circ}\text{K}$) et p_0 , la pression barométrique hors de la couche limite (en mm de mercure).

La température dans la couche limite est mesurée à l'aide d'un thermocouple (constantan-manganine) construit et placé de manière à avoir une longueur suffisante de fil

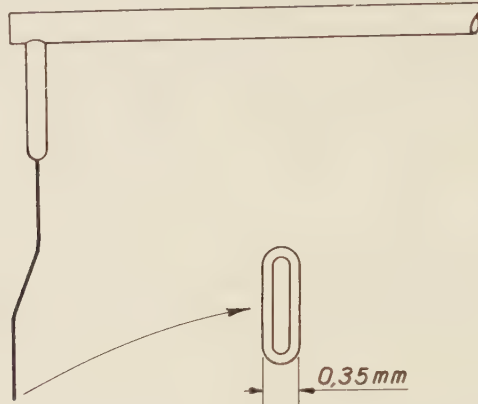


Fig. 11

à la même température que la soudure, ce fil étant parallèle à la plaque et perpendiculaire à l'écoulement (fig. 12). Le diamètre des fils et de la soudure est de 0,2 mm. Un calcul approché a montré que les échanges thermiques par rayonnement entre la soudure et le milieu ambiant étaient négligeables à la précision de nos mesures.

Le déplacement des sondes de température ou de pression se faisait à l'aide de vis micrométriques placées sur la paroi supérieure de la chambre d'expériences. La distance y entre la plaque plane et les sondes était mesurée à l'aide d'une lunette; la sur-

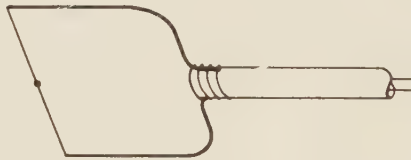


Fig. 12

face de plaque était polie afin de pouvoir observer l'image de la sonde donnée par la paroi; la valeur de y est égale à la moitié de la distance de la sonde à son image.

2. — Résultats des mesures.

La distance x du bord d'attaque est définie, pour une vitesse u_0 déterminée, par le nombre de Reynolds :

$$\mathcal{R} = \frac{u_0 x}{\nu}.$$

Nous avons étudié la distribution à des abscisses x égales à 6,5 cm, 14,5 cm et 22,5 cm et correspondant à des nombres de Reynolds de 65 000, 148 000 et 250 000.

Comme nous le verrons, les résultats obtenus montrent que, par suite du décollement près du bord d'attaque et de la turbulence dans l'écoulement libre due à l'absence de filtre dans le collecteur, il n'existe presque pas de zone laminaire, le régime turbulent se présentant déjà pour des nombres de Reynolds très faibles.

Les résultats obtenus pour la *distribution des températures* sont donnés dans le tableau 1.

A partir de ces résultats nous avons calculé les valeurs de $(\theta_p - \theta)/(\theta_p - \theta_0)$ portées sur les courbes des *figures* 13, 14 et 15.

Ces courbes permettent d'obtenir, avec une bonne précision, la valeur de l'ordonnée pour laquelle $\theta_p - \theta$ est égale à 0,99 ($\theta_p - \theta_0$), c'est-à-dire la valeur de Δ . Nous avons trouvé :

x (cm)	6,5	14,5	22,5
Δ (cm)	0,25	0,40	0,75

Les résultats obtenus pour la *distribution des vitesses* sont donnés dans le tableau 2.

On voit que ces vitesses ne tendent pas rapidement vers une valeur constante quand y augmente; ceci s'explique par la présence d'un gradient de vitesse transversal hors de la couche limite, les parois de la veine n'étant pas corrigées pour permettre, lors de l'introduction de la plaque, le maintien d'un gradient de pression nul.

A la précision de nos mesures, nous pouvons admettre que $\delta = \Delta$, et nous prendrons pour valeur de u_0 , la vitesse $u_0 = u_\Delta/0,99$, u_Δ étant la vitesse à la distance Δ . On trouve ainsi :

x (cm)	6,5	14,5	22,5
u_0 (m/s)	15,0	15,8	16,4

A partir de ces valeurs de u_0 , nous avons calculé u/u_0 (*fig.* 13, 14 et 15).

On sait que (voir [20]), dans un écoulement turbulent partant du bord d'attaque l'épaisseur de la couche limite est donnée par :

$$\delta = \frac{0,38 x}{R^{0,2}}.$$

Ce résultat semble bien vérifié.

Sur les *figures* 13, 14 et 15, où les courbes des températures et des vitesses ont été superposées, on voit que l'on obtient bien une courbe unique, ce qui correspond au cas d'un nombre de Prandtl égal à l'unité et à l'égalité $\Delta = \delta$.

On sait que, dans le cas du régime turbulent, cette courbe est ordinairement représentée par une équation de la forme :

$$\frac{u}{u_0} = \frac{\theta_p - \theta}{\theta_p - \theta_0} = \left(\frac{y}{\delta}\right)^{\frac{1}{n}}.$$

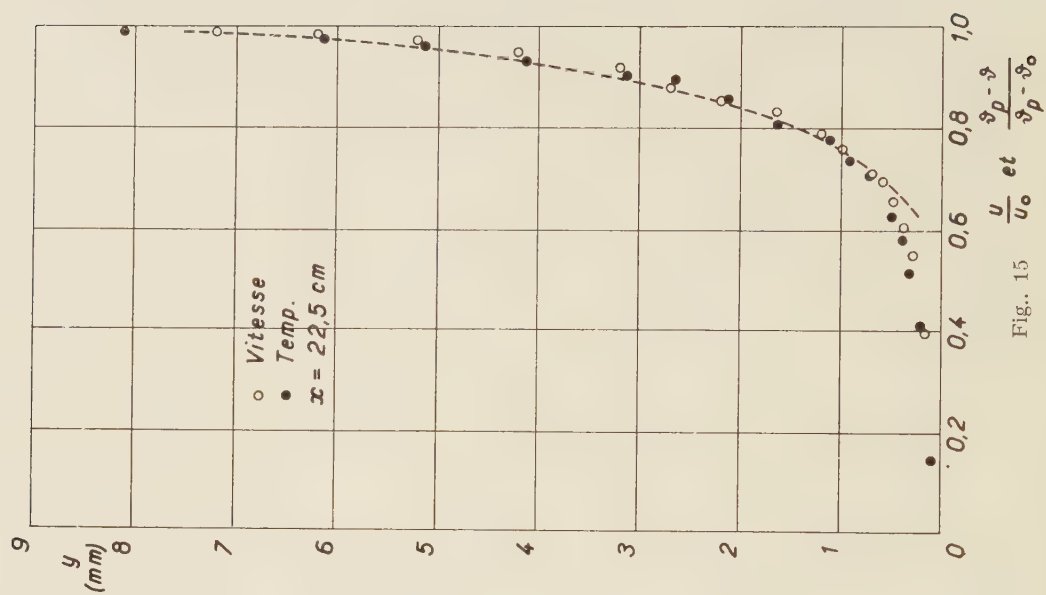


Fig. 13

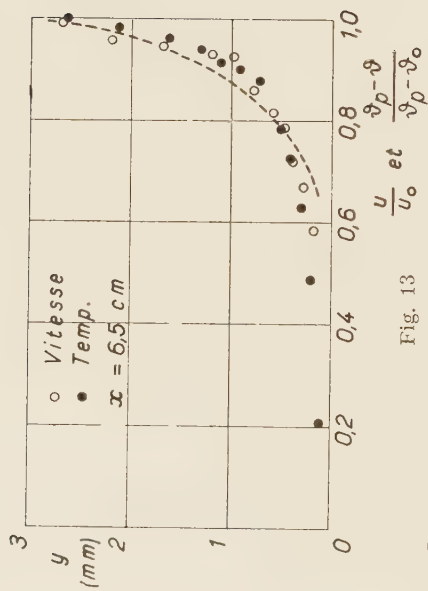


Fig. 14

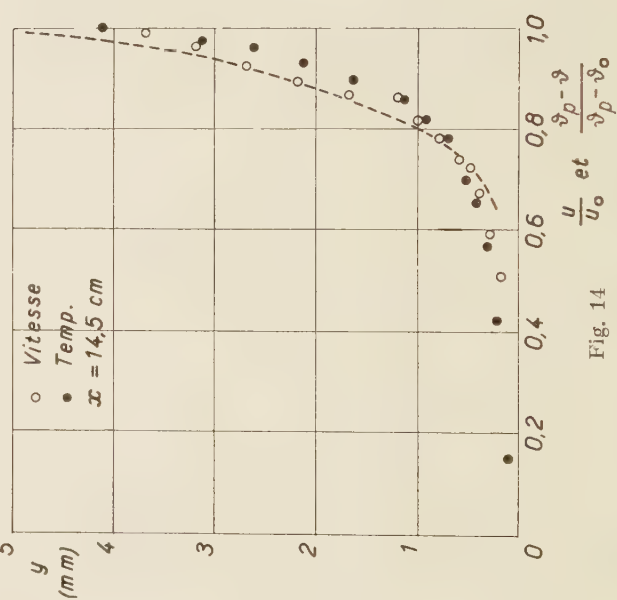


TABLEAU 1

$x = 6,5 \text{ cm}$		$x = 14,5 \text{ cm}$		$x = 22,5 \text{ cm}$	
y (mm)	θ (° C)	y (mm)	θ (° C)	y (mm)	θ (° C)
0,1	25,10	0,1	25,15	0,1	25,10
0,2	23,25	0,2	23,40	0,2	23,40
0,3	22,35	0,3	22,55	0,3	22,70
0,4	21,75	0,4	22,00	0,4	22,40
0,5	21,35	0,5	21,65	0,5	22,05
0,7	20,75	0,7	21,10	0,7	21,60
0,9	20,60	0,9	20,85	0,9	21,35
1,1	20,50	1,1	20,60	1,1	21,05
1,3	20,35	1,6	20,35	1,6	20,90
1,6	20,20	2,1	20,15	2,1	20,55
2,1	20,05	2,6	19,95	2,6	20,25
2,6	19,95	3,1	19,85	3,1	20,25
3,1	19,95	4,1	19,70	4,1	20,00
		5,1	19,7	5,1	19,80
				6,1	19,70
				8,1	19,65
				10,1	19,60
				12,1	19,60
$\theta_p = 26,45^\circ \text{ C}$ $\theta_0 = 19,95^\circ \text{ C}$ $\theta_p - \theta_0 = 6,50^\circ \text{ C}$		$\theta_p = 26,15^\circ \text{ C}$ $\theta_0 = 19,70^\circ \text{ C}$ $\theta_p - \theta_0 = 6,45^\circ \text{ C}$		$\theta_p = 26,10^\circ \text{ C}$ $\theta_0 = 19,60^\circ \text{ C}$ $\theta_p - \theta_0 = 6,50^\circ \text{ C}$	

TABLEAU 2

$x = 6,4 \text{ cm}$		$x = 14,5 \text{ cm}$		$x = 22,5 \text{ cm}$	
y (mm)	u (m/s)	y (mm)	u (m/s)	y (mm)	u (m/s)
0,17	8,8	0,17	8,0	0,17	6,4
0,27	10,1	0,27	9,4	0,27	8,8
0,37	10,8	0,37	10,6	0,37	9,7
0,47	11,9	0,47	11,4	0,47	10,6
0,57	12,3	0,57	11,7	0,57	11,2
0,77	12,9	0,77	12,4	0,77	11,5
0,97	13,9	0,97	12,9	0,97	12,3
1,17	14,0	1,17	13,6	1,17	12,7
1,67	14,2	1,67	13,7	1,67	13,5
2,17	14,4	2,17	14,1	2,17	13,8
2,67	14,9	2,67	14,6	2,67	14,2
3,17	15,4	3,17	15,2	3,17	14,9
3,67	15,7	3,67	15,6	4,17	15,3
4,17	15,9	4,17	15,3	5,17	15,7
5,17	16,3	5,17	16,1	6,17	16,0
6,17	16,5	6,17	16,0	7,17	16,1
7,17	16,7	7,17	16,2	8,17	16,2
		8,17	16,4	10,17	16,3
		9,17	16,3	12,17	16,4
		10,17	16,3	14,17	16,5
		12,17	16,4	16,17	16,5
				18,17	16,5
				20,17	16,6
$\theta_p = 22,25^\circ \text{ C}$ $\theta_0 = 16,25^\circ \text{ C}$ $\theta_p - \theta_0 = 6,00^\circ \text{ C}$		$\theta_p = 23,25^\circ \text{ C}$ $\theta_0 = 16,60^\circ \text{ C}$ $\theta_p - \theta_0 = 6,65^\circ \text{ C}$		$\theta_p = 23,05^\circ \text{ C}$ $\theta_0 = 16,95^\circ \text{ C}$ $\theta_p - \theta_0 = 6,10^\circ \text{ C}$	

La courbe correspondant à $n = 7$ (loi de puissance $1/7$), ordinairement admise pour les nombres de Reynolds inférieurs à 10^5 , a été portée sur les figures 13, 14 et 15. On voit que, pour $x = 22,5$ cm, la courbe expérimentale s'approche bien de cette loi. Pour $x = 6,5$ cm et $14,5$ cm, nous sommes encore dans le domaine de transition, les courbes expérimentales se trouvant entre les courbes de la loi $1/7$ et celles de l'écoulement laminaire.

3. — Calcul du coefficient de convection.

Pour obtenir le coefficient moyen de convection sur la longueur $L = 22,5$ cm de la plaque, nous avons fait le calcul, à partir des courbes expérimentales de vitesse et

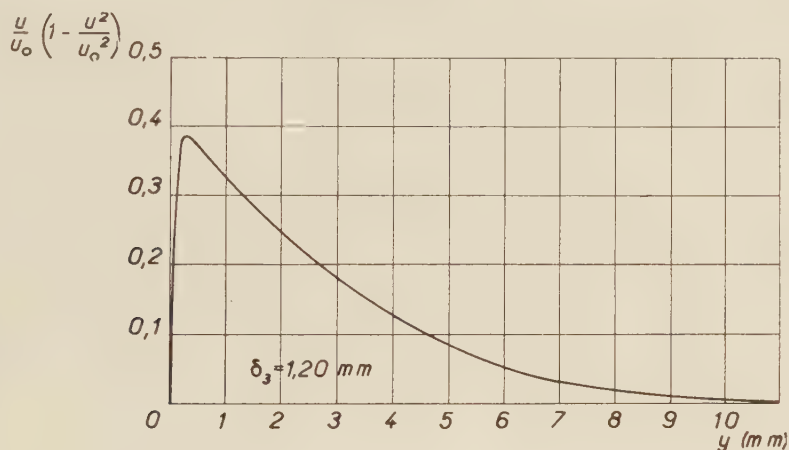


Fig. 16

de température, de Δ_2 et de δ_3 , pour $x = 22,5$ cm, dans le cas où $u_0 = 16,4$ m/s et $\theta_p - \theta_0 = 6,5^\circ \text{C}$.

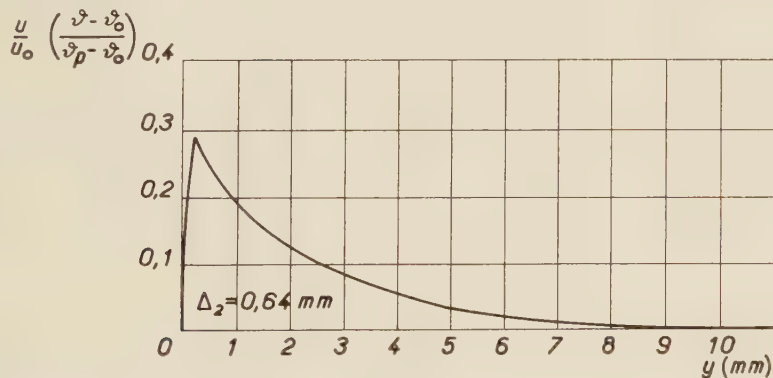


Fig. 17

A cet effet, nous avons tracé les courbes expérimentales donnant u/u_0 et $(\theta - \theta_0)/(\theta_p - \theta_0)$ en fonction de y et, de ces courbes, nous avons tiré les valeurs données dans le tableau 3.

Une intégration graphique conduit aux valeurs de δ_3 et de Δ_2 (fig. 16 et 17) :

$$\delta_3 = 0,120 \text{ cm}, \quad \Delta_2 = 0,064 \text{ cm}.$$

Si l'on introduit ces valeurs dans l'équation (3,2 n) et en prenant :

$$\rho = 1,21 \times 10^{-3} \text{ g/cm}^3,$$

$$c_p = 0,24 \text{ cal/g} \cdot ^\circ\text{C} = 10^7 \text{ erg/g} \cdot ^\circ\text{C},$$

$$\theta_f - \theta_0 = 0,12^\circ\text{C},$$

nous obtenons :

$$\mathcal{N}_m^* = \frac{6,5}{6,38} \cdot \frac{0,064}{22,5} - \frac{(1640)^2}{2 \cdot 10^7 \cdot 6,38} \frac{0,120}{22,5} = 2,79 \cdot 10^{-3}$$

et :

$$\alpha_m^* = c_p \rho u_\infty \mathcal{N}_m^* = 1,33 \cdot 10^{-3} \text{ cal/cm}^2 \cdot \text{s} \cdot ^\circ\text{C}.$$

TABLEAU 3

y (mm)	$\frac{u}{u_0}$	$\frac{\theta - \theta_0}{\theta_p - \theta_0}$	$\frac{u}{u_0} \left(\frac{\theta - \theta_0}{\theta_p - \theta_0} \right)$	$\left(\frac{u}{u_0} \right)^2$	$1 - \left(\frac{u}{u_0} \right)^2$	$\frac{u}{u_0} \left(1 - \frac{u_0^2}{u^2} \right)$
0,05	0,125	0,885	0,111	0,0156	0,984	0,123
0,10	0,250	0,770	0,193	0,0625	0,937	0,234
0,15	0,375	0,660	0,247	0,1406	0,859	0,322
0,20	0,500	0,580	0,290	0,2500	0,750	0,375
0,25	0,555	0,520	0,288	0,3080	0,692	0,384
0,30	0,585	0,480	0,281	0,3422	0,658	0,385
0,40	0,625	0,415	0,260	0,3906	0,609	0,380
0,50	0,655	0,370	0,242	0,4290	0,571	0,374
0,60	0,680	0,335	0,228	0,4624	0,538	0,366
0,80	0,720	0,285	0,205	0,5184	0,482	0,347
1,00	0,750	0,250	0,188	0,5625	0,437	0,328
1,50	0,805	0,200	0,161	0,6480	0,352	0,284
2,00	0,840	0,160	0,134	0,7056	0,294	0,247
2,50	0,870	0,125	0,109	0,7569	0,243	0,212
3,00	0,895	0,095	0,085	0,8010	0,199	0,178
4,00	0,930	0,055	0,051	0,8649	0,135	0,126
5,00	0,955	0,030	0,029	0,9120	0,088	0,084
6,00	0,975	0,015	0,015	0,9506	0,049	0,048
7,00	0,985	0,010	0,010	0,9702	0,030	0,030
8,00	0,990	0,010	0,010	0,9801	0,020	0,020
9,00	0,990	0,005	0,005	0,9801	0,020	0,020
10,00	0,995	0,005	0,005	0,9900	0,010	0,010

4. — Comparaison avec la méthode classique.

A partir de l'intensité du courant et de la tension appliquée à chaque groupe de résistances chauffantes, nous avons calculé le flux $\bar{\mathcal{T}}$ de chaleur transmis par la plaque :

$$\bar{\mathcal{T}} = 6,35 \text{ cal/s.}$$

Ce flux n'est pas uniquement dû à la convection forcée; il faut tenir compte du rayonnement. Dans les conditions de l'expérience, le coefficient de rayonnement pour un corps noir est :

$$\xi_0 = 1,7 \cdot 10^{-4} \text{ cal/cm}^2 \cdot \text{s} \cdot ^\circ\text{C}.$$

Nous supposons que l'air a un facteur d'absorption nul, que le facteur d'émission des parois de la soufflerie est égal à 0,8, que celui de la face supérieure (polie) de la plaque est 0,25 et que celui de la face inférieure de la plaque est 0,75. Un calcul approché conduit au coefficient de rayonnement de notre plaque :

$$\xi = 0,44 \times 1,7 \times 10^{-4} = 0,70 \times 10^{-4} \text{ cal/cm}^2 \cdot \text{s} \cdot ^\circ\text{C}.$$

La plaque plane ayant une surface $S = 700 \text{ cm}^2$ et, dans le cas envisagé, $\theta_p - \theta_0$ étant égal à $6,5 ^\circ\text{C}$, le flux de chaleur rayonné est :

$$\mathcal{P}_r = 0,70 \times 10^{-4} \times 6,5 \times 700 = 0,33 \text{ cal/s}.$$

Le flux de chaleur dû à la convection forcée est donc :

$$\mathcal{P}_c = \mathcal{P} - \mathcal{P}_r = 6,02 \text{ cal/s},$$

d'où l'on déduit :

$$\alpha_m^* = \frac{\mathcal{P}_c}{S (\theta_p - \theta_f)} = \frac{6,02}{700 \times 6,38} = 1,35 \times 10^{-3} \text{ cal/cm}^2 \cdot \text{s} \cdot ^\circ\text{C}.$$

La concordance des résultats obtenus par les deux méthodes est aussi bonne que possible.

5. — Comparaison avec la théorie.

Pour un nombre de Prandtl égal à l'unité, la loi de puissance 1/7 conduit à :

$$\mathcal{N}_m^* = \frac{0,036}{\mathcal{R}^{0,2}}.$$

Dans notre cas, $\mathcal{R} = 250\,000$, ce qui donne :

$$\mathcal{N}_m^* = 3,00 \cdot 10^{-3}$$

et :

$$\alpha_m^* = 1,41 \times 10^{-3} \text{ cal/cm}^2 \cdot \text{s} \cdot ^\circ\text{C}.$$

Ici encore, si l'on tient compte des grandes approximations faites en appliquant la loi précédente au cas actuel, la concordance obtenue est satisfaisante.

CONVECTION FORCÉE DE LA CHALEUR LE LONG D'UNE PLAQUE PLANE : DISPOSITIF EXPÉRIMENTAL ET TECHNIQUE DES MESURES

4,1

SOUFFLERIE

La soufflerie que nous avons utilisée (*fig. 18, 19 et 19 bis*) est du type Eiffel, à aspiration, à fonctionnement continu; son rapport de contraction est égal à 9.

L'écoulement est régularisé à l'entrée par un filtre cellulaire (mailles de 5 cm de côté et 12 cm de profondeur), suivi de cinq tamis métalliques (mailles de 3 mm) placés à 5 cm les uns des autres.

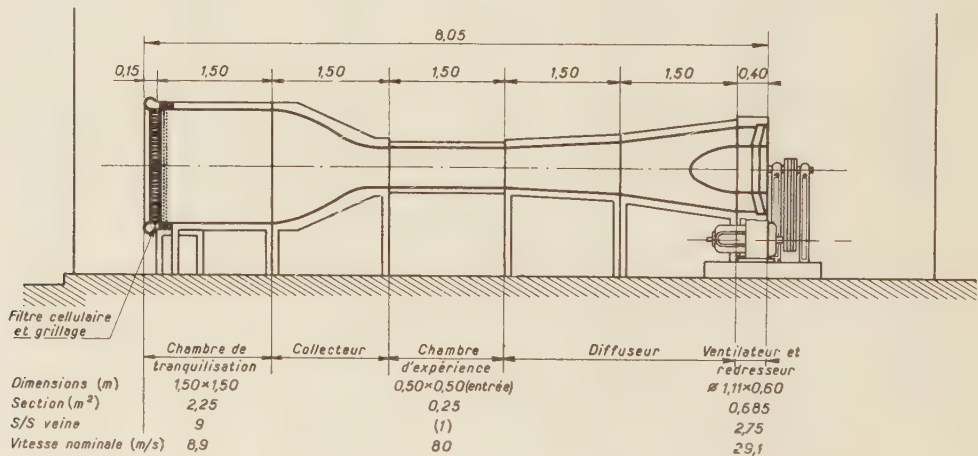


Fig. 18

La chambre d'expériences (*fig. 20*), de section carrée, a 150 cm de long, 50 cm de côté à l'entrée et 52 cm à la sortie. Elle est constituée de quatre panneaux démontables fixés sur un cadre métallique; les deux faces latérales sont en verre.

Le ventilateur, du type hélicoïdal, peut tourner à 1 800 tr/mn. Il est entraîné par un moteur à courant continu (120 V à la vitesse maximum de 1 300 tr/mn) alimenté par un groupe Léonard. La puissance maximum développée est d'environ 30 CV.

La vitesse dans la veine se règle avec une grande précision en agissant sur les excitations de la génératrice et du moteur. Elle peut atteindre 80 m/s. Mais, comme dans

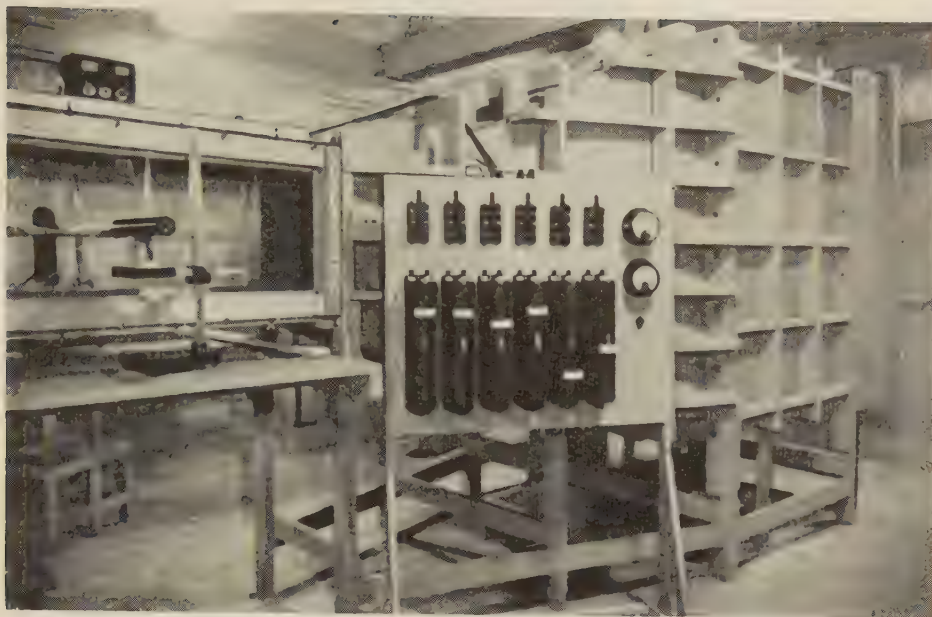


Fig. 19

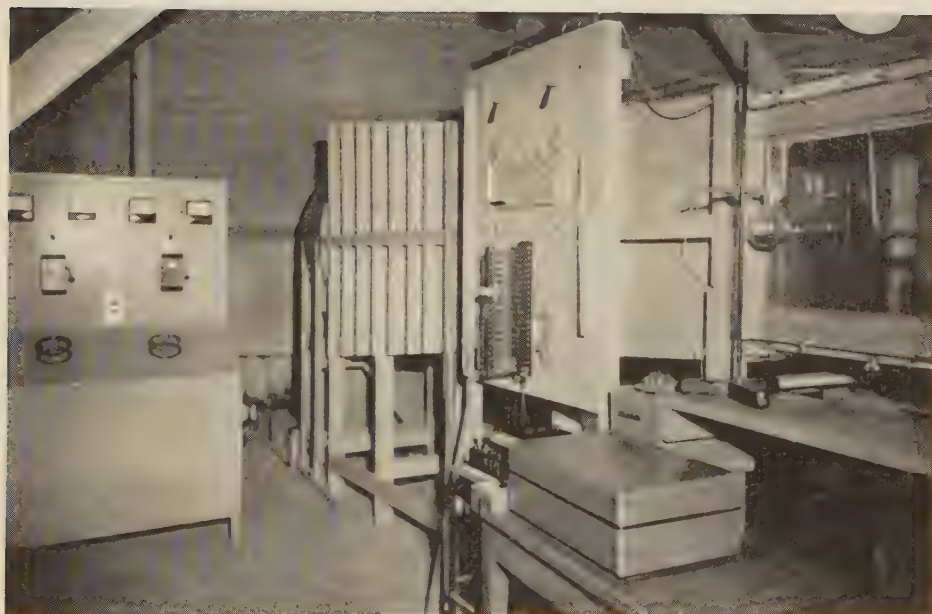


Fig. 19 bis

l'état actuel de la soufflerie, il se produit à cette vitesse des vibrations qui gênent les mesures, nous avons fait nos essais à des vitesses plus basses, mesurées par un tube de Pitot relié à un manomètre à alcool.

La soufflerie ne débouchant pas directement à l'extérieur, le retour de l'air s'effectue dans la salle où elle se trouve. Pour éviter l'élévation de la température ambiante, on renouvelle lentement l'air de la salle : un ventilateur à vitesse variable, placé près de

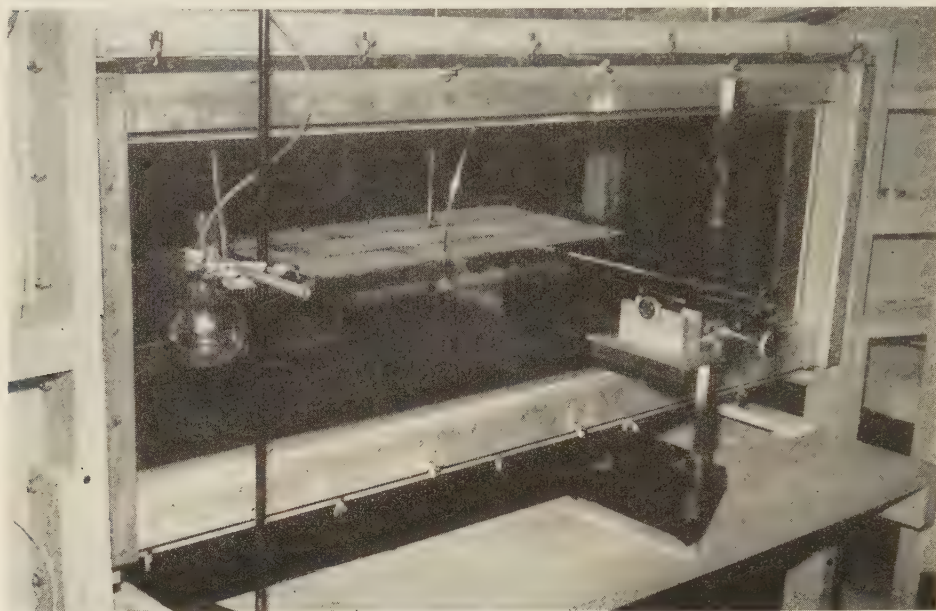


Fig. 20

la sortie de la soufflerie, refoule de l'air à l'extérieur, l'air frais entrant par des orifices percés dans les murs.

Pour déterminer les caractéristiques de l'écoulement dans la chambre d'expériences, nous avons étudié :

a) LA DISTRIBUTION DES VITESSES.

Dans la section droite la vitesse est constante, à moins de 1 % près, dans un carré central de 40 cm de côté.

Le long de l'axe, la vitesse diminue de 2 % de l'entrée à la sortie de la chambre;

b) LA TURBULENCE.

Sa mesure a été faite avec l'anémomètre à fil chaud à compensation thermique Tournier déjà utilisé par l'O.N.E.R.A. pour un grand nombre de souffleries françaises. Dans les conditions de nos essais, l'intensité de la turbulence suivant l'axe est peu supérieur à 0,1 %, ce qui la classe parmi les moins turbulentes.

PLAQUES PLANES

1. — Les plaques (une lisse et trois rugueuses) constituent les parois supérieures de cuves parallélépipédiques creuses en laiton de $75\text{ cm} \times 33\text{ cm} \times 2,3\text{ cm}$ dont le bord antérieur est profilé (*fig. 21* et *22*). Seule la paroi inférieure, vissée, est démontable. Les mesures sont faites sur l'axe de la face supérieure.

Le bord d'attaque, lisse même pour les plaques rugueuses, a été choisi de forme arrondie, cette forme étant, par opposition au biseau, moins sensible aux variations d'incidence et plus facile à chauffer.

Pour l'étude de l'influence de la rugosité sur la couche limite, il convient que le bord d'attaque lisse soit le plus court possible. Aussi avons-nous cherché à obtenir de bons résultats avec un bord d'attaque plus court que celui préconisé par MARTINOT-LAGARDE et GONTIER [22] (18 cm dans notre cas). Pour ce faire, nous avons essayé des bords d'attaque de différentes courbures (*fig. 23*).

Le profil adopté (*fig. 22*), d'une profondeur de 10 cm, donne un décollement de 1 cm, à la fin de sa courbure maximum, ce qui ne perturbe pas le reste de l'écoulement; les résultats obtenus sur la plaque lisse le confirment.

Pour fixer les cuves dans le lit du vent de la soufflerie, nous avons soudé, sur leurs parois latérales, des tiges qui viennent s'encaster dans des trous percés dans les glaces de la veine. Les cuves étant moins larges que la veine, nous les avons prolongées par des pièces en bois de même profil (*fig. 25*).

L'incidence des plaques est réglée de façon que le point de transition se trouve toujours sur le bord d'attaque et toujours à la même abscisse. Ceci évite l'influence de la rugosité sur la transition et permet que l'écoulement aborde dans des conditions voisines les plaques à comparer.

Pour les mesures sur paroi lisse, la paroi supérieure de la cuve est une planche de laiton bien plane et polie (*fig. 25*).

Pour les mesures sur parois rugueuses, la paroi supérieure est formée par la juxtaposition, sur un cadre support, de neuf petites plaques de bronze fritté obtenues, par les techniques de la métallurgie des poudres, à partir de grains sphériques de diamètre uniforme. Les trois plaques rugueuses utilisées ont respectivement des grains de 0,6, 0,4 et 0,2 mm de diamètre. La profondeur moyenne des creux qui en résultent est très voisine des $\frac{2}{3}$ du diamètre des grains; elle est donc respectivement de 0,4, 0,27 et 0,13 mm. Les *figures 24 a, b, c* sont des microphotographies des plaques de bronze fritté utilisées.

Ce bronze fritté étant poreux, nous avons métallisé les neufs petits éléments rugueux sur une face (celle qui regarde vers l'intérieur de la plaque). L'étanchéité totale de la plaque est terminée par bouchage de tous les interstices avec de la matière plastique.

Les cuves sont remplies avec de l'huile de transformateur.

2. — Le *chauffage des plaques lisses ou rugueuses* est assuré par seize résistances électriques groupées en six séries (*fig. 25*). Ces résistances, montées sur un cadre fixé sur la paroi inférieure de la cuve, sont tendues parallèlement au bord d'attaque et baignent dans l'huile.

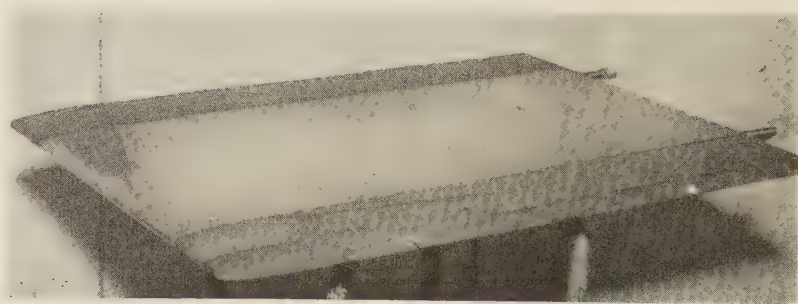


Fig. 21



Fig. 22



Fig. 23 (haut)

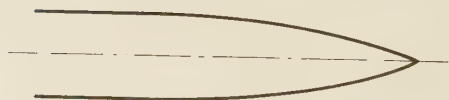
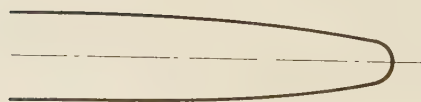


Fig. 23 (bas)

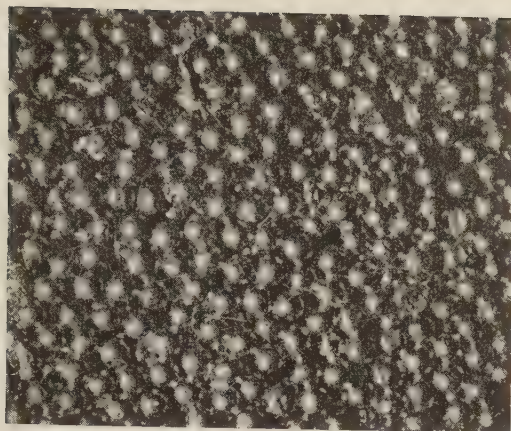


Fig. 24 *a*

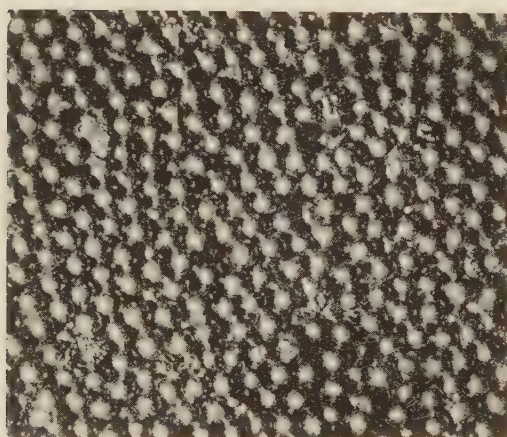


Fig. 24 *b*

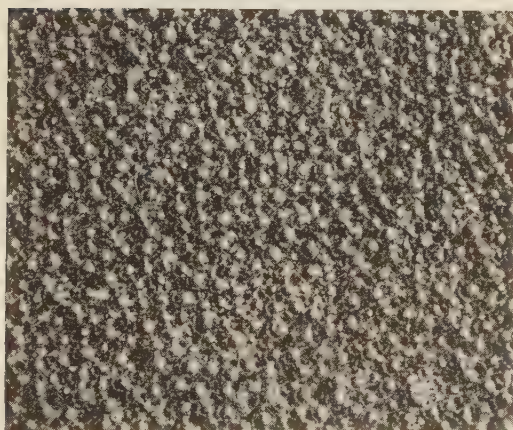


Fig. 24 *c*

Un rhéostat règle la tension de chacune des six séries de résistances qui sont distribuées à l'intérieur de la cuve de la façon suivante : près du bord d'attaque, partie la plus difficile à chauffer, une résistance de 15 ohms; puis cinq groupes de deux, deux,

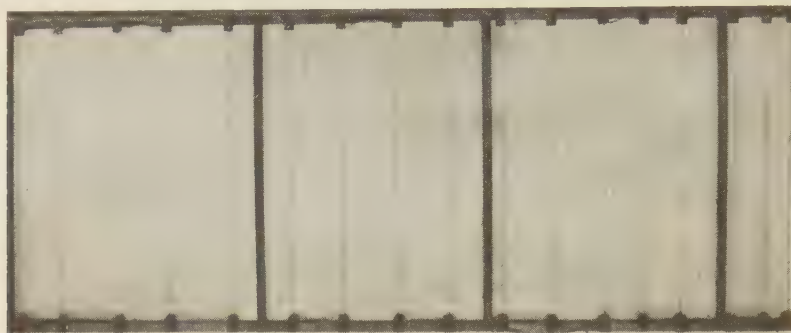


Fig. 25

trois, quatre et quatre résistances de 10 ohms montées en série. Les fils de jonction de ces groupes sont en cuivre afin d'éviter une surchauffe des bords latéraux de la cuve.

La distance séparant les résistances a été choisie en tenant plus ou moins compte de la variation du coefficient de convection avec l'abscisse.

Un système de commutateurs permet la mesure de la tension appliquée à chaque groupe de résistances et de l'intensité du courant qui les parcourt.

Avec un réglage convenable, nous sommes arrivés, soufflerie en marche, à maintenir la plaque à une température supérieure de 10 à 15° C à celle de l'air, avec des variations, sur toute la longueur de la plaque, ne dépassant pas 0,5° C (*fig. 29*).

4,3 MESURE DES VITESSES DANS LA COUCHE LIMITE

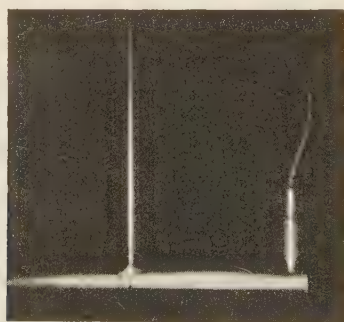


Fig. 26

On utilise, pour ces mesures, une sonde mobile portant une prise de pression d'arrêt qu'on peut introduire dans la couche limite et une prise de pression statique suffisamment éloignée de la première pour rester toujours hors de la couche limite. Les orifices des deux prises sont situés dans un même plan vertical (*fig. 26*).

La prise de pression d'arrêt est réalisée par un tube d'acier (diamètre intérieur 0,7 mm, diamètre extérieur 0,9 mm) dont l'extrémité aplatie mesure 0,2 mm de hauteur; l'orifice en bout est une fente de 0,1 mm de hauteur.

La prise statique est constituée par un tube de 1,5 mm de diamètre dont l'extrémité fermée est arrondie; les orifices, au nombre de quatre, sont percés à 15 mm du bout.

Ces deux prises, grâce à des robinets à deux voies, peuvent être reliées soit à un manomètre incliné pour des pressions dynamiques inférieures à 10 cm d'eau, soit à un manomètre vertical pour des pressions supérieures.

Une étude comparative a montré que, pour des vitesses comprises entre 10 et 50 m/s, les résultats donnés par la sonde sont inférieurs de 4 % aux résultats donnés par le tube de Pitot utilisé pour l'étude des vitesses dans la veine. Nous en avons tenu compte dans nos calculs.

La vitesse se déduit de la dénivellation Δh , en millimètres d'eau, à l'aide de la relation :

$$u = \sqrt{\frac{2 \Delta h}{\rho}},$$

où ρ est la masse spécifique de l'air en unités MK* S, cette masse spécifique variant avec la température suivant la loi des gaz parfaits.

4,4

MESURE DES TEMPÉRATURES

1. — La *température de l'air à l'infini amont* se lit sur un thermomètre à mercure à 0,1° C placé dans la chambre de tranquillisation de la soufflerie.

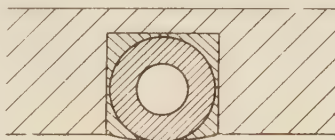


Fig. 27

2. — La *mesure de la température des plaques* se fait à l'aide de quinze thermocouples manganine-constantan répartis sur la face intérieure de la plaque.

Ces couples, resserrés au voisinage du bord d'attaque, sont glissés dans des tubes de laiton (1 mm de diamètre intérieur, 10 cm de long) soudés à l'étain dans des rainures de 2 mm de profondeur, faites sur la face inférieure de la paroi supérieure des cuves et parallèles au bord d'attaque (*fig. 27*). Leurs soudures se trouvent au milieu des tubes de laiton qui, ouverts aux deux extrémités, se remplissent d'huile. Elles sont faites à l'arc électrique et isolées par de l'enduit cellulosique; les deux fils des couples sont isolés jusqu'à la soudure par une gaine de soie.

Au sortir de la plaque, les fils des couples sont prolongés par des fils de cuivre jusqu'aux deux commutateurs qui permettent de les mettre successivement dans le circuit potentiométrique de mesure.

Les deux soudures de chacun des fils de couple avec les fils de cuivre, isolées l'une de l'autre, plongent dans un tube à essai fin, de 15 cm de long, contenant du pétrole et baignant dans de la glace fondante.

Comme il nous intéressait surtout d'avoir une bonne précision dans la mesure des écarts de température, nous avons étalonné les couples de la plaque à l'aide du thermomètre servant à mesurer la température de l'air dans la chambre de tranquillisation.

Un petit calcul nous a montré que la température mesurée de cette façon est égale, à la précision de nos mesures, à la température de la face supérieure. Nous avons vérifié, au préalable, par un essai rapide, que le coefficient de conduction thermique du bronze fritté constituant les plaques rugueuses est seulement le double de celui du laiton.

Les fils des couples et les fils allant aux résistances chauffantes sortent verticalement par deux tubes coudés placés sur la paroi postérieure de la cuve. Ces tubes servent également pour faire le plein d'huile : l'un d'eux reste en communication permanente avec un réservoir pour pallier les variations de volume spécifique de l'huile.

3. — La *température dans la couche limite* est mesurée avec un thermocouple, analogue à celui décrit au chapitre III (*fig. 28*). Ses fils sont en BTE-CTE de 0,2 mm de

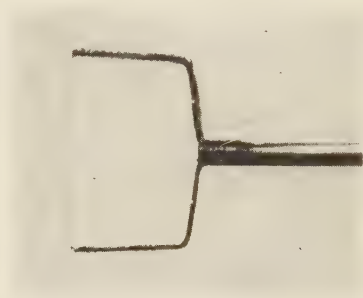


Fig. 28

diamètre; sa soudure, faite à l'arc électrique, est aplatie pour n'avoir, face à l'écoulement, que 0,2 mm de hauteur.

Ce couple est relié au circuit potentiométrique par les commutateurs précédents. Il est étalonné comme les couples de la plaque.

La température donnée par ce couple n'est pas exactement la température de l'air qui lèche sa soudure, à cause des effets de la conduction thermique, du rayonnement et du frottement. Nous avons cherché, par le calcul, s'il y avait lieu de tenir compte de l'influence de ces différents phénomènes :

a) les fils des couples sont assez fins et sont, sur une assez grande longueur, parallèles à la plaque et, par conséquent, à la température de la soudure pour que nous puissions *négliger l'effet de la conduction thermique*;

b) si ε est le facteur d'émission de la soudure du couple, α son coefficient moyen de convection et Θ_c sa température, la température des parois qui l'entourent étant Θ_2 , le bilan thermique est donné par :

$$(4,4 a) \quad \varepsilon \sigma (\Theta_c^4 - \Theta_2^4) = \alpha (\Theta - \Theta_c),$$

où Θ est la température de l'air baignant le couple.

La soudure du couple étant toujours un peu oxydée, prenons $\varepsilon = 0,5$ et supposons que le facteur d'émission de l'air soit nul; calculons α en supposant que le couple se comporte comme un cylindre placé normalement à l'écoulement (1).

Nous avons évalué l'influence du rayonnement dans les deux cas suivants :

— couple très proche de la plaque :

$$\alpha = 6 \cdot 10^{-3} \text{ cal/cm}^2 \cdot \text{s} \cdot ^\circ \text{C};$$

— couple à la frontière extérieure de la couche limite :

$$\alpha = 12 \cdot 10^{-3} \text{ cal/cm}^2 \cdot \text{s} \cdot ^\circ \text{C}.$$

Dans le premier cas, nous supposons la soudure uniquement entourée par les parois de la soufflerie (plus froides que le couple). Comme l'écart de température $\theta_p - \theta_0$ est de 12 à 15° C nous pouvons prendre, pour fixer les idées, $\Theta_2 = 290^\circ \text{ K}$ et $\Theta = 300^\circ \text{ K}$, ce qui conduit à $\Theta_c = 299,89^\circ \text{ K}$. La présence de la plaque chaude réduit au moins de moitié la correction qui est donc de + 0,05° C.

Dans le second cas, nous supposons que la soudure est entourée de toutes parts de parois à la température de la plaque plane. En supposant, $\Theta_2 = 300^\circ \text{ K}$ et $\Theta = 290^\circ \text{ K}$, $\Theta_c = 290,06^\circ \text{ K}$. Comme la moitié de la surface de la soudure regarde des parois à la même température, la correction est de l'ordre de — 0,03° C.

En conclusion, il nous a semblé inutile d'introduire dans nos calculs les corrections dues au rayonnement (voir § 4,7).

c) Le frottement sur la soudure a également une influence dont il faut tenir compte dans la mesure de l'air en écoulement.

Nous savons, en effet, que :

$$(4,4 b) \quad \theta = \theta_c - r \frac{u^2}{2c_p},$$

où r est le facteur thermique pariétal moyen du couple et θ_c la température de la soudure du couple.

Les mesures, faites au laboratoire avec des sondes de même type, ont donné r voisin de 0,95 [24]. En prenant cette valeur de r , nous avons :

$$(4,4 c) \quad \theta = \theta_c - 0,47 \cdot 10^{-3} u^2 \quad (u \text{ en m/s}).$$

(1) Si l'on utilise les expressions données en [23], on trouve des valeurs bien supérieures, ce qui réduirait encore, dans notre cas, l'influence du rayonnement.

Pour obtenir la distribution des températures dans la couche limite, nous avons donc mesuré les valeurs de θ_c pour une série de valeurs de y , et appliqué la relation (4,4 c), u étant donné par la distribution des vitesses obtenue précédemment.

4,5 DÉPLACEMENT DES SONDES DE TEMPÉRATURE ET DE VITESSE

Le déplacement des sondes se fait à l'aide de vis micrométriques placées sur la paroi supérieure de la chambre d'expériences. La distance entre la plaque et les sondes est mesurée au moyen d'une lunette.

Pour les plaques lisses, cette mesure est très simplifiée par le fait que la sonde se réfléchit sur le poli de la plaque et que l'on voit également son image; il suffit donc de prendre la moitié de la distance qui sépare la sonde de son image.

Pour les plaques rugueuses on prend, comme point de référence pour les ordonnées, le point où la sonde s'arrête en touchant la plaque.

La valeur de y pour les plaques lisses est la distance de l'axe de la sonde à la paroi; pour les plaques rugueuses, c'est la distance de l'axe de la sonde au fond des creux des aspérités.

4,6 MARCHE DES EXPÉRIENCES

1. — Les couples et les résistances sont placés à l'intérieur de la cuve; on visse la paroi inférieure et l'on remplit d'huile de transformateur. La cuve ainsi préparée est fixée dans la soufflerie avec l'incidence déterminée de la manière déjà indiquée (§ 4,2). On règle la vitesse de la soufflerie et le courant de chauffage de la plaque de façon à obtenir une température homogène sur toute la plaque.

2. — La *mesure de la distribution des vitesses* dans la couche limite est faite sans que la plaque soit chauffée et après qu'un régime thermique permanent soit établi.

Pour chaque valeur de x on mesure la pression dynamique le long de la normale, en vingt ou vingt-cinq points; pour la première mesure, la sonde est au contact de la plaque.

On relève la température de l'air et la pression atmosphérique.

On mesure aussi la variation de la vitesse hors de la couche limite, le long de la plaque.

3. — Pour la *mesure de la distribution des températures*, la plaque étant chauffée, on attend que le régime thermique soit établi aussi bien dans le circuit d'air que dans la masse de la plaque.

Avant la mesure d'une distribution des températures, on relève :

— les températures de la plaque, en quinze points;

— les valeurs de l'intensité du courant et de la tension appliquée à chaque groupe de résistances chauffantes;

— la température donnée par le thermomètre placé dans la chambre de tranquillisation;

— la température donnée par le couple placé hors de la couche limite.

Dans l'exploration thermique de la couche limite, on choisit sur chaque normale les mêmes points de mesure que dans l'exploration dynamique, afin de faciliter les calculs de l'épaisseur d'enthalpie.

On contrôle à chaque mesure le thermomètre de la chambre de tranquillisation pour s'assurer que la température ne varie pas; si nécessaire, on agit sur le ventilateur qui refoule, plus ou moins, de l'air vers l'extérieur.

Après l'obtention de la courbe de distribution des températures, on vérifie que la température de la plaque n'a pas varié de plus de 3 % de $\theta_p - \theta_0$.

4,7

PRÉCISION DES MESURES

1. — Les variations de la température de l'air dans la soufflerie sont de $\pm 0,05^\circ \text{C}$.
2. — La précision des mesures de vitesse s'obtient à partir de l'expression :

$$u = \sqrt{\frac{2 \Delta h}{\rho}}.$$

On a, en effet :

$$\frac{\Delta u}{u} = \frac{1}{2} \frac{\Delta \rho}{\rho} + \frac{1}{2} \frac{\Delta (\Delta h)}{\Delta h}.$$

On peut avoir ρ , qui est de l'ordre de $1,20 \text{ kg/m}^3$ avec une précision de $0,01 \text{ kg/m}^3$, et mesurer Δh à $\pm 0,3 \text{ mm}$ d'eau (Δh varie de 20 à 100 mm d'eau). En conséquence, dans la région de la couche limite voisine de la paroi, on a :

$$\frac{\Delta u}{u} = \frac{0,01}{2 \times 1,20} + \frac{0,3}{2 \times 20} = 0,012$$

et dans la région lointaine :

$$\frac{\Delta u}{u} = \frac{0,01}{2 \times 1,20} + \frac{0,3}{2 \times 100} = 0,006.$$

Le rapport u/u_0 , qui intervient presque dans tous nos calculs, est donné par :

$$\frac{u}{u_0} = \sqrt{\frac{\Delta h}{\Delta h_0}};$$

l'erreur relative sur ce rapport est :

$$\frac{\Delta (u/u_0)}{u/u_0} = \frac{\Delta (\Delta h)}{2 \Delta h} + \frac{\Delta (\Delta h_0)}{2 \Delta h_0}.$$

En considérant les valeurs données ci-dessus, on a :

— dans la région de la couche limite, voisine de la paroi :

$$\frac{\Delta (u/u_0)}{u/u_0} = 0,3 \left(\frac{1}{2 \times 20} + \frac{1}{2 \times 100} \right) = 0,009;$$

— dans la région lointaine :

$$\frac{\Delta (u/u_0)}{u/u_0} = 0,3 \left(\frac{1}{2 \times 100} \right) = 0,003.$$

En conclusion, la précision des mesures de la vitesse varie de $\pm 1,2 \%$ à $\pm 0,6 \%$ et celle du rapport u/u_0 , de $\pm 0,9 \%$ à $\pm 0,3 \%$.

3. — La température en un point de la couche limite est mesurée à $\pm 0,05^\circ \text{C}$ près et la température en un point de la paroi, à $\pm 0,1^\circ \text{C}$ près.

Si l'on pose :

$$f = \frac{\theta_p - \theta}{\theta_p - \theta_0},$$

on a :

$$\frac{\Delta f}{f} = \left(\frac{1}{\theta_p - \theta} - \frac{1}{\theta_p - \theta_0} \right) \Delta \theta_p + \left(\frac{1}{\theta_p - \theta} + \frac{1}{\theta_p - \theta_0} \right) \Delta \theta.$$

$\theta_p - \theta_0$ est de l'ordre de 12°C et $\theta_p - \theta$ varie de 4 à 12°C . Ainsi, la précision sur $(\theta_p - \theta)/(\theta_p - \theta_0)$ varie de $\pm 3,3$ à $\pm 0,8 \%$ quand on s'éloigne de la paroi.

4,8

CAUSES D'ERREURS SYSTÉMATIQUES

Les causes d'erreurs systématiques sur nos résultats pourraient être les suivantes :

1. — Gradient de vitesse dans l'écoulement libre le long des plaques planes.

Pour avoir le point de transition au voisinage du bord d'attaque et toujours en un même point, il a fallu donner aux plaques une légère incidence; cette incidence est liée à un gradient de vitesse dans l'écoulement libre le long de la plaque. Ce gradient n'est pas le même dans le cas des plaques lisses, où la variation maximum de u_0 est de l'ordre de 2% , que dans le cas des plaques rugueuses, où la variation de u_0 est pratiquement nulle.

Nous pensons que, même pour la plaque lisse, l'existence de cette variation de u_0 n'entraîne pas de grandes modifications dans les courbes de distribution.

2. — Température non homogène des plaques.

La *figure 29* donne un exemple de la distribution de la température sur les plaques. Comme nous l'avons dit il y a des écarts de $\pm 0,5^\circ \text{C}$. Des expériences faites, il résulte que des différences de cet ordre ne donnent pas des profils de température sensiblement différents.

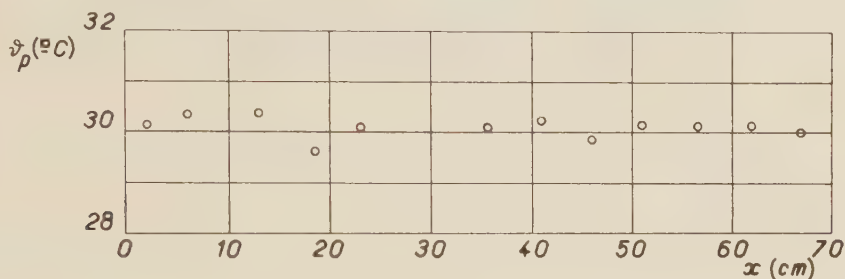


Fig. 29

3. — Variation de la température des plaques pendant un sondage thermique de la couche limite.

Les variations ont pu atteindre 3 % de la valeur de $\theta_p - \theta_0$. Comme elles ne sont pas brusques, une telle variation de 3 % ne peut se produire qu'au moment de l'exploration de la partie de la couche limite voisine de sa frontière extérieure, et la valeur mesurée n'est alors pas sensiblement modifiée.

CONVECTION FORCÉE DE LA CHALEUR LE LONG D'UNE PLAQUE PLANE CALCULS ET RÉSULTATS

5,1

ÉTUDE DYNAMIQUE DE LA PLAQUE LISSE

1. — Répartition des vitesses.

Toutes nos expériences ont été faites avec une vitesse u_0 d'environ 40 m/s. Nous avons tracé les courbes de u/u_0 en fonction de :

$$\eta = \frac{y}{x} \sqrt{\alpha R}$$

et nous les avons comparées à celle de Blasius. A partir de $x = 6,5$ cm, c'est-à-dire de

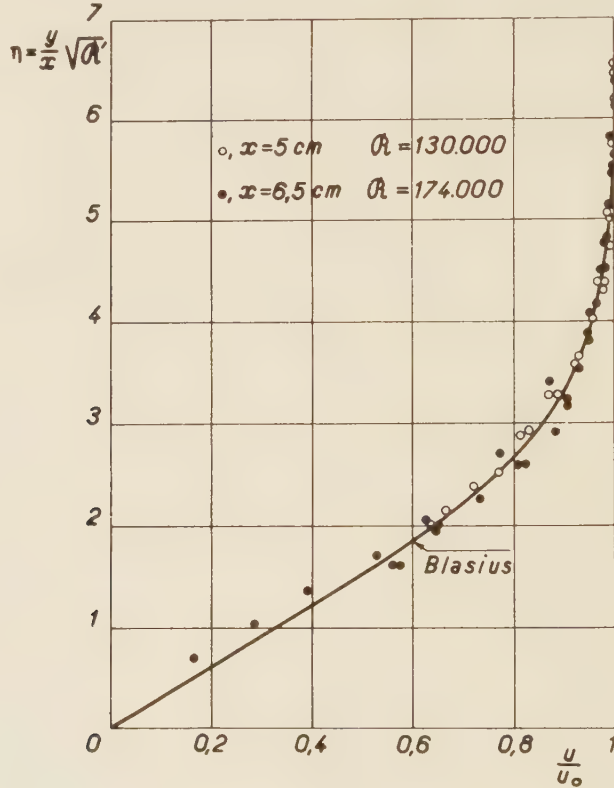


Fig. 30

$\alpha R = 1,75 \cdot 10^5$, les courbes s'écartent de celle-ci, montrant que la *région laminaire* est à peu près terminée pour cette valeur des abscisses. Sur la *figure 30* nous avons porté les résultats que nous avons obtenus dans cette région. La dispersion des points s'explique,

car la couche limite laminaire se trouve sur la partie arrondie de notre profil et les sondes s'adaptent mal à des mesures dans de telles conditions.

Pour x supérieur à 6,5 cm, nous avons intégré, à l'aide d'un planimètre, l'ensemble des courbes $u/u_0 = f(y)$ obtenues expérimentalement et nous avons calculé les valeurs

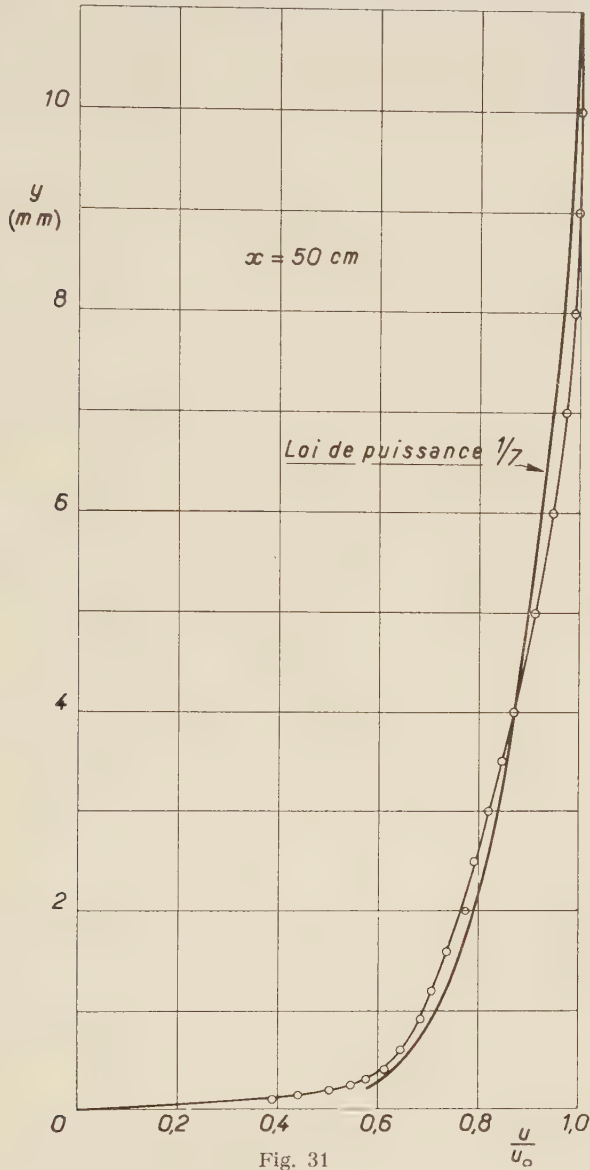


Fig. 31

correspondantes des épaisseurs de déplacement, δ_1 (tabl. 4). Nous avons tracé ensuite les courbes $u/u_0 = f(y/\delta_1)$.

A partir de $x = 25$ cm, ces courbes se confondent, ce qui permet de distinguer le régime de transition du régime turbulent :

- régime de transition, pour $6,5 \text{ cm} < x < 25 \text{ cm}$ ou $1,75 \cdot 10^5 < \mathcal{R} < 6,5 \cdot 10^5$;
- régime turbulent, à partir de $x = 25 \text{ cm}$ ou $\mathcal{R} > 6,5 \cdot 10^5$.

La *figure 31* donne, pour $x = 50$ cm, le profil des vitesses et la courbe correspondant à la loi de puissance $1/7$. Pour obtenir la valeur de δ nécessaire au tracé de cette dernière courbe, nous avons calculé l'origine fictive, O_1 , de la couche limite turbulente en admettant, qu'au point où commence la transition, l'épaisseur de quantité de mouvement correspondant à l'origine fictive a la même valeur que l'épaisseur réelle. Nous avons trouvé que O_1 se place à 4,4 cm en aval du bord d'attaque. Nous allons représenter par x' les abscisses comptées à partir de cette origine et nous ajouterons une apostrophe à toutes les grandeurs considérées à partir de O_1 .

TABLEAU 4

x (cm)	$\alpha \cdot 10^{-6}$	δ_1 (mm)	δ_2 (mm)	$C_{fm} \cdot 10^3$
5	0,137	—	0,08	3,24
6,5	0,179	—	0,095	2,95
8	0,221	0,27	0,135	3,42
10	0,277	0,29	0,16	3,18
12	0,332	0,33	0,205	3,40
15	0,424	0,425	0,29	3,87
20	0,558	0,60	0,415	4,14
25	0,696	0,74	0,515	4,11
30	0,827	0,825	0,595	3,98
35	0,967	0,985	0,71	4,07
40	1,106	1,115	0,805	4,03
45	1,232	1,22	0,885	3,92
50	1,370	1,315	0,95	3,79
55	1,472	1,38	1,00	3,64
60	1,640	1,47	1,065	3,54
65	1,740	1,555	1,12	3,46
70	1,910	1,65	1,19	3,41

Sur la *figure 32*, nous donnons le profil unique trouvé dans la région turbulente; les points qui y figurent appartiennent à dix profils de vitesses pour des abscisses comprises entre $x = 25$ cm et $x = 70$ cm. Comme on le sait, NIKURADSE [25] a trouvé aussi, dans la région turbulente, un profil unique $u/u_0 = f(y/\delta_1)$. Nous l'avons également reproduit sur la *figure 32*.

Nous avons également cherché à comparer la répartition des vitesses dans la région turbulente avec celle trouvée ou proposée par d'autres auteurs :

a) comparaison avec la loi de puissance $1/n$: si nous traçons des courbes $\log(u/u_0) = f(\log y)$ nous n'obtenons pas des droites, contrairement aux résultats obtenus par VAN DER HEGGE ZIJNEN [26] et d'autres;

b) comparaison avec la loi logarithmique de VON KARMAN : comme dans le cas précédent, en traçant les courbes $u/u_0 = f(\log y)$ nous n'avons pas des droites. Ainsi, cette loi, jugée plus satisfaisante que la précédente par certains auteurs (voir GOLDSTEIN [27]), n'est pas vérifiée dans nos expériences;

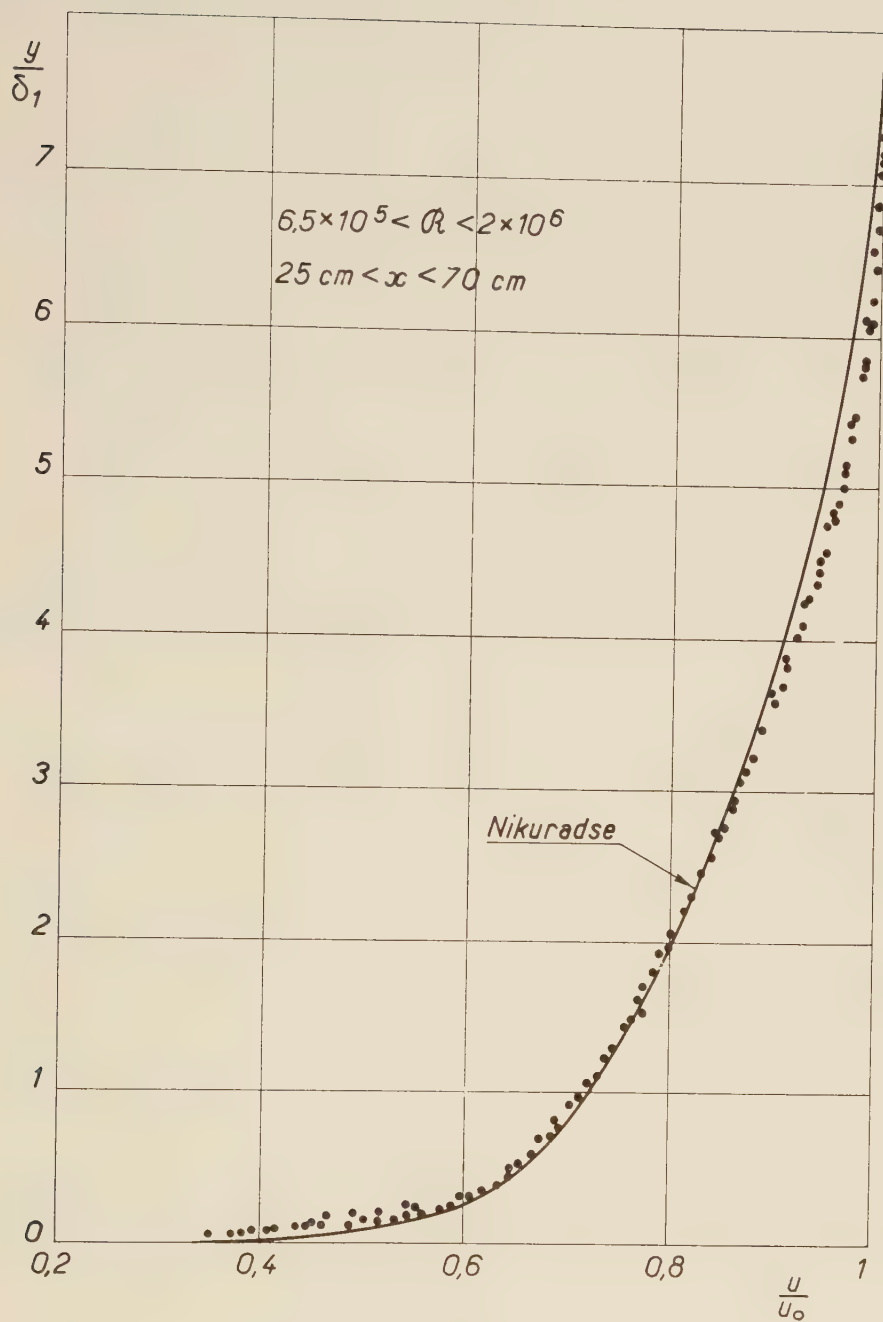


Fig. 32

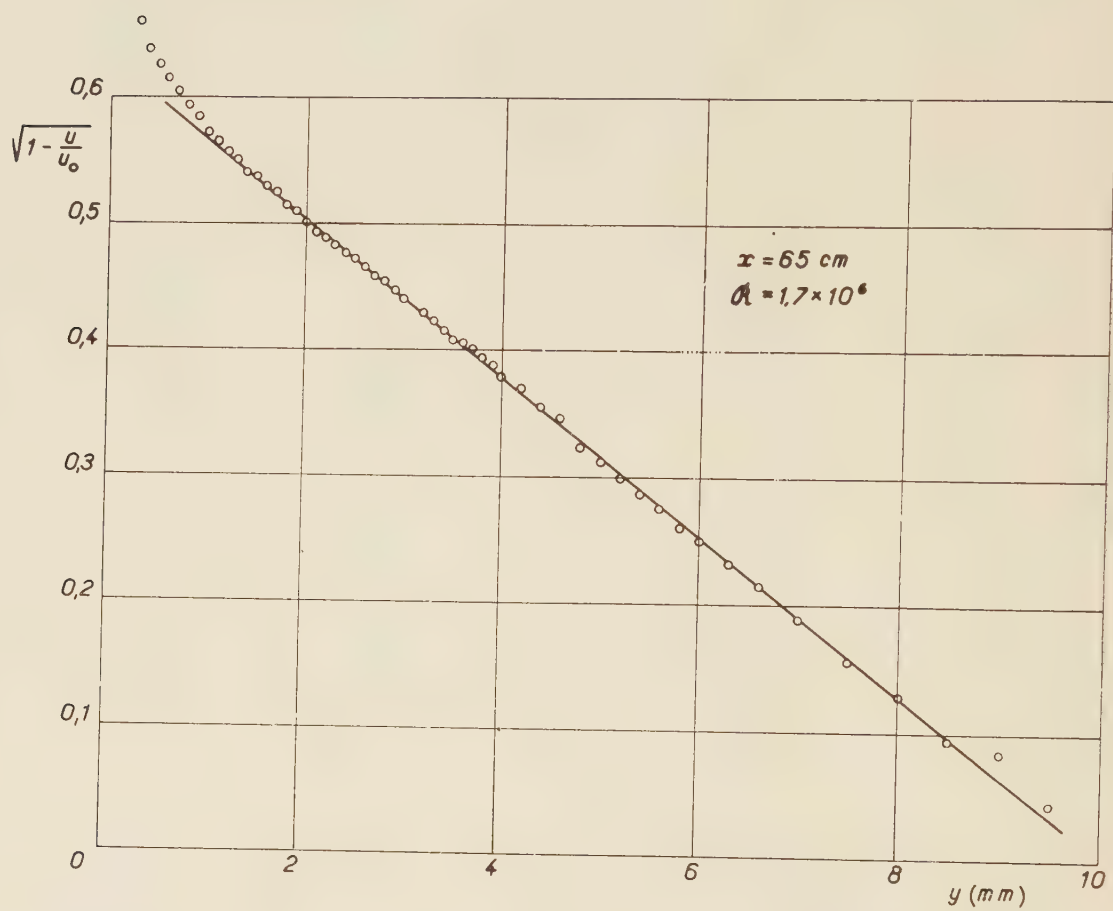


Fig. 33

c) comparaison avec les résultats de GONTIER et MARTINOT-LAGARDE [22]. Ces auteurs trouvent que, dans la partie turbulente de la couche limite, les résultats sont bien représentés par une loi parabolique du type :

$$1 - \frac{u}{u_0} = K \left(b - \frac{y}{\delta_1} \right)^2,$$

où K et b sont des constantes. Nous obtenons bien des droites si nous traçons les courbes de $\sqrt{1 - \frac{u}{u_0}}$ en fonction de y . La *figure 33* en donne un exemple.

Pour montrer l'ordre de grandeur des différences entre les divers profils dont il est parlé ci-dessus, nous avons tracé, sur la *figure 34* :

- notre courbe unique;
- le profil universel de Nikuradse;
- la courbe de puissance $1/7$;
- le profil unique de Martinot-Lagarde et Gontier.

2. — Épaisseur de quantité de mouvement.

Dans le tableau 5, nous donnons les valeurs de δ_2 calculées :

— pour la *couche limite laminaire et de transition*, par intégration graphique, entre zéro et l'infini ⁽¹⁾, de chacune des courbes :

$$\frac{u}{u_0} \left(1 - \frac{u}{u_0} \right) = f(y);$$

— pour la *couche limite turbulente*, par intégration de la courbe générale :

$$\frac{u}{u_0} \left(1 - \frac{u}{u_0} \right) = f\left(\frac{y}{\delta_1}\right).$$

Dans ce dernier cas, on obtient :

$$\delta_2/\delta_1 = 0,725.$$

Sur la *figure 35* nous donnons, sur un diagramme logarithmique, les valeurs de δ_2 en fonction de $\mathcal{R}' = \frac{u_0 x'}{\nu}$.

Dans la partie de ce diagramme correspondant à la couche limite turbulente, nous avons tracé une droite de pente 0,8 contrôlant au mieux l'ensemble des points expérimentaux⁽²⁾. C'est la valeur que l'on devrait trouver si l'on considère que l'expression :

$$(5,1 \text{ a}) \quad \frac{\delta_2}{x'} = \frac{\mathcal{C}}{(\mathcal{R}')^{0,2}},$$

(1) Par intégration jusqu'à l'infini nous entendons intégration jusqu'à $\frac{u}{u_0} (1 - \frac{u}{u_0}) = 0$ à la précision de nos mesures.

(2) Si l'on prend l'origine au bord d'attaque, la représentation des points expérimentaux par une droite est moins bonne. Comparer, par exemple, les *figures 39* et *40*.

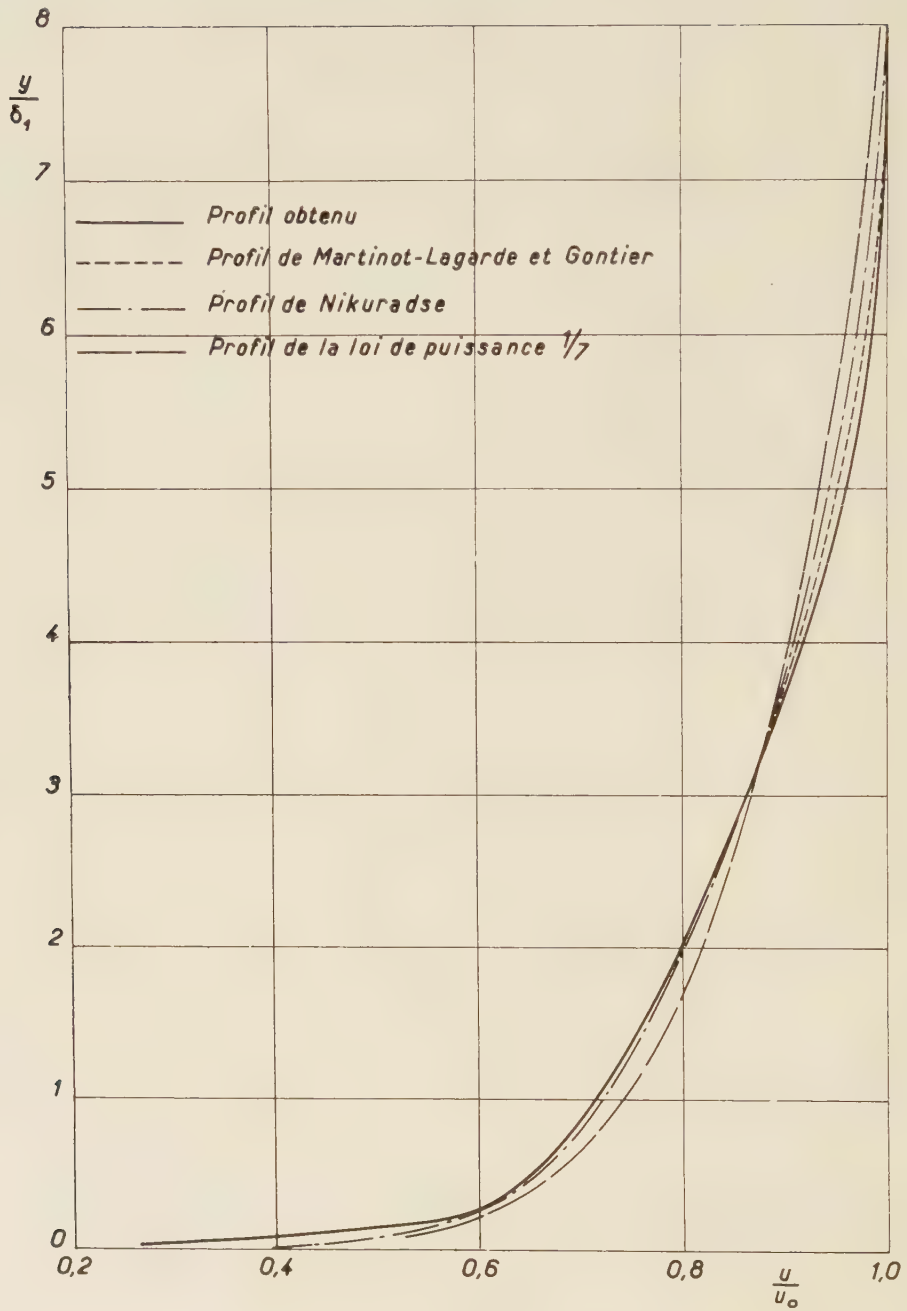


Fig. 34

obtenue en admettant la loi de puissance $1/7$, soit valable ⁽¹⁾. Comme on le voit, cette droite représente convenablement les résultats expérimentaux à condition de prendre comme valeur de la constante, dans l'expression (5,1 a), 0,0343 au lieu de la valeur habituellement admise 0,036. Cette représentation des résultats ne peut être qu'approximative, puisque, comme nous l'avons vu, la loi de distribution des vitesses n'obéit pas rigoureusement à la loi de puissance $1/7$.

Un examen statistique des valeurs portées sur la *figure 35* permet de calculer la précision des résultats. On trouve :

$$(5,1 a') \quad \frac{\delta_2}{x'} = \frac{0,0343 \pm 0,0004}{\mathcal{R}^{0,2}}$$

la précision, de $\pm 1,1 \%$, étant donnée avec une probabilité de 95 %.

3. — Coefficient moyen de frottement.

Le coefficient moyen de frottement sur une plaque plane est, d'après la relation globale de quantité de mouvement appliquée à la couche limite, donné par :

$$(5,1 b) \quad \mathcal{C}_{fm} = \frac{2\delta_2}{L},$$

où L est la longueur de la plaque plane, comptée à partir du bord d'attaque, sur laquelle on fait la moyenne.

Les valeurs de $\mathcal{C}_{fm}$ ainsi calculées sont données dans le tableau 4 et sur la *figure 36*. Sur cette figure, nous avons également porté les résultats d'autres auteurs et nous avons tracé ⁽²⁾ :

- la courbe de Blasius pour la région laminaire;
- la courbe donnée par l'équation de Prandtl :

$$(5,1 c) \quad \mathcal{C}_{fm} = 0,455 (\log_{10} \mathcal{R})^{-2,58} - \frac{600}{\mathcal{R}}^{(3)};$$

- la courbe correspondant à l'équation donnée par SCHÖNHERR :

$$(5,1 d) \quad \mathcal{C}_{fm}^{-0,5} = 4,13 \log_{10} (\mathcal{R} \mathcal{C}_{fm});$$

- la courbe donnée par la loi de puissance $1/7$:

$$(5,1 e) \quad \mathcal{C}_{fm} = 0,074 \mathcal{R}^{-0,2}.$$

(1) C'est une manière approximative d'interpréter les résultats car, comme nous l'avons vu, nos répartitions de vitesse n'obéissent pas rigoureusement à la loi de puissance $1/7$.

(2) Les points expérimentaux des divers auteurs ont été extraits d'une figure de GOLDSTEIN [28], où l'on trouvera les références bibliographiques correspondantes.

(3) Si l'on suppose que la transition se fait complètement en un point, appelé point de transition, on peut faire le calcul du coefficient de frottement moyen, en tenant compte de la région laminaire, à partir de l'expression semi-empirique de Prandtl :

$$\mathcal{C}_{fm} = 0,455 (\log_{10} \mathcal{R})^{-2,58} - \frac{A}{\mathcal{R}},$$

où A dépend du nombre de Reynolds critique. Pour $\mathcal{R}_c$ de l'ordre de $1,9 \cdot 10^5$, on a $A = 600$.

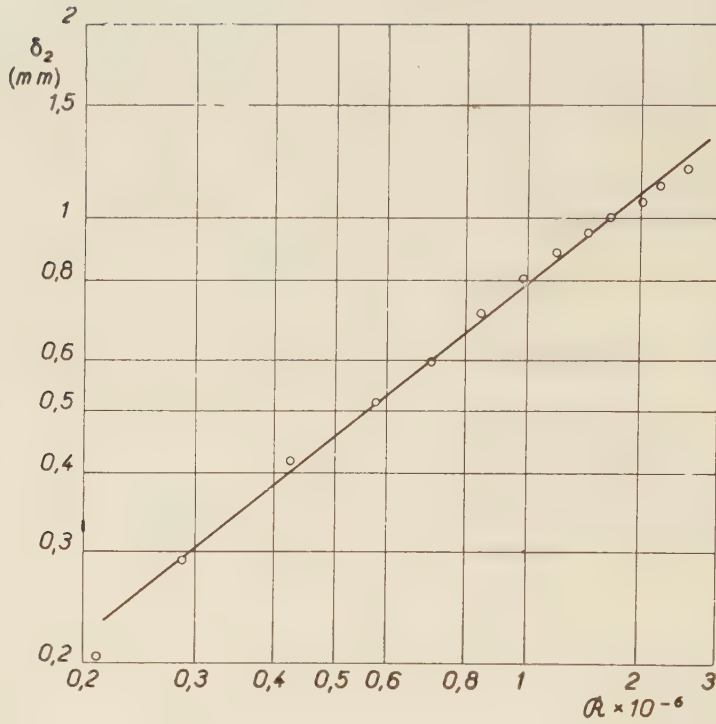


Fig. 35

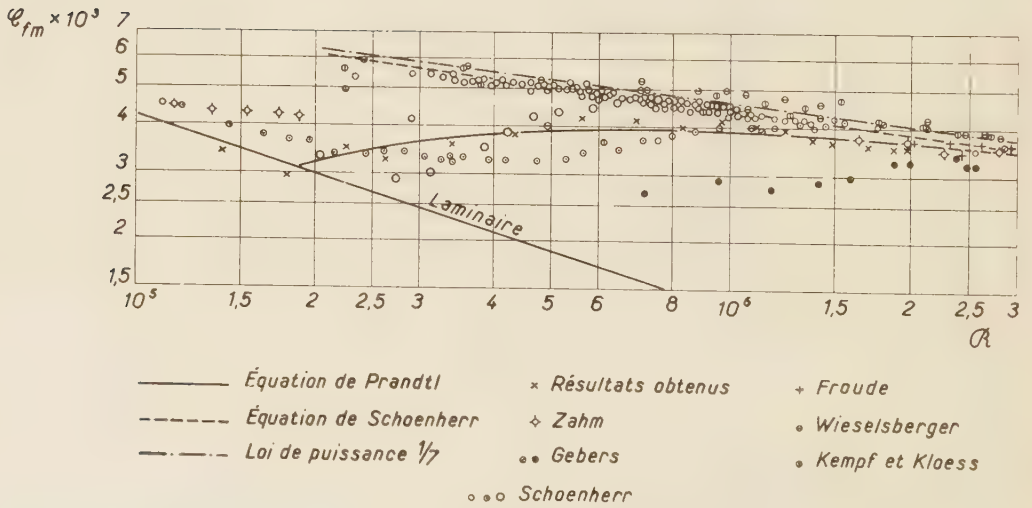


Fig. 36

Comme on le voit, les valeurs que nous avons obtenues se situent convenablement dans l'ensemble, surtout dans le cas où la transition s'effectue pour le même nombre de Reynolds que nous.

4. — Coefficient local de frottement pour la couche limite turbulente.

L'expression (5,1 a) permet de calculer le coefficient local de frottement :

$$(5,1 f) \quad c_f = 2 \frac{d\delta_2}{dx}$$

dans la zone turbulente de la plaque plane ⁽¹⁾. La dérivation de (5,1 a') donne :

$$(5,1 g) \quad c_f = \frac{0,0548 \pm 0,0006}{(\mathcal{R})^{0,2}}$$

la précision, de 1,1 %, étant connue avec une probabilité de 95 %.

Les valeurs obtenues ont été portées sur la figure 37.

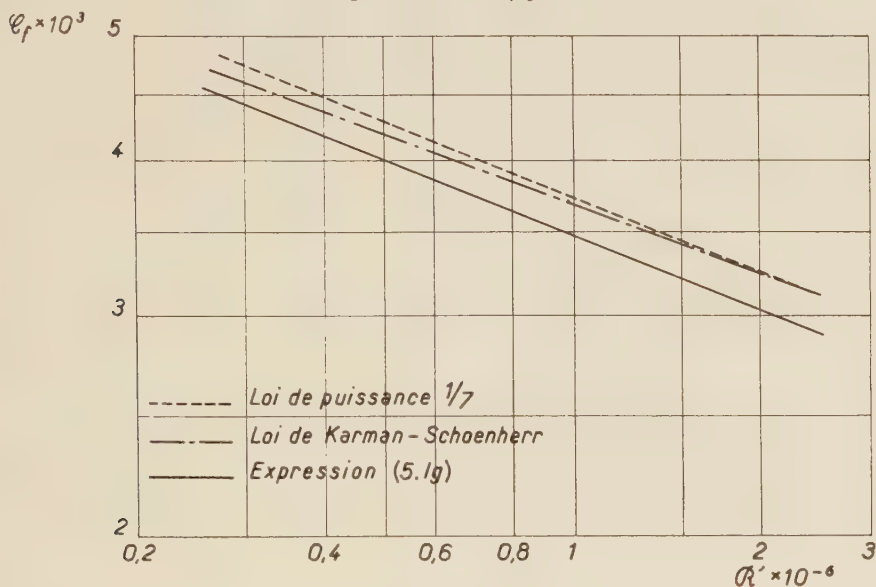


Fig. 37

Sur cette figure, nous avons tracé, en outre :

— la courbe correspondant à la loi des vitesses de puissance 1/7 :

$$(5,1 h) \quad c_f = \frac{0,0592}{(\mathcal{R}')^{0,2}}$$

— la courbe correspondant à la loi logarithmique de KARMAN-SCHOENHERR :

$$(5,1 i) \quad c_f^{-0,5} = 1,7 + 4,15 \log_{10} (\mathcal{R}' c_f).$$

L'écart de nos résultats avec ces courbes est de 5 à 9 %.

(1) Pour la zone de transition nous n'avons pas assez de points, en l'absence d'une loi directrice, pour faire une dérivation graphique.

5,2 ÉTUDE DYNAMIQUE DES PLAQUES RUGUEUSES ⁽¹⁾

1. — Répartition des vitesses.

Les résultats montrent que plus la plaque est rugueuse, plus la couche limite est épaisse et plus le taux de variation de la vitesse est petit (cf. *fig.* 38).

2. — Épaisseur de quantité de mouvement.

Pour chaque courbe de distribution des vitesses, nous avons calculé δ_2 par intégration graphique (tabl. 5). Nous avons porté les valeurs obtenues sur les diagrammes logarithmiques des *figures* 39 et 40.

TABLEAU 5

x (cm)	PLAQUE 6		PLAQUE 4		PLAQUE 2	
	$\mathcal{R} \cdot 10^{-3}$	δ_2 (mm)	$\mathcal{R} \cdot 10^{-3}$	δ_2 (mm)	$\mathcal{R} \cdot 10^{-3}$	δ_2 (mm)
9,6	253	0,14	259	0,165	263	0,21
12	317	0,27	—	—	—	—
15	396	0,46	400	0,40	406	0,395
20	525	0,73	532	0,615	542	0,555
24	639	0,86	—	—	—	—
30	795	1,07	799	0,96	799	0,865
35	921	1,195	—	—	—	—
40	1 050	1,325	1 066	1,28	1 069	1,12
45	1 188	1,525	—	—	—	—
50	1 325	1,695	1 331	1,525	1 332	1,315
55	1 460	1,85	—	—	—	—
59	1 581	2,01	1 550	1,71	1 563	1,515
65	1 720	2,115	—	—	—	—
70	1 837	2,21	1 880	1,945	1 863	1,715

Sur le premier, destiné au calcul du coefficient moyen de frottement, les abscisses sont $\mathcal{R} = u_o x / \nu$; sur le deuxième, nous avons porté en abscisses $\mathcal{R}' = u_o x' / \nu$ ⁽²⁾ et nous avons tracé, pour chaque plaque, une droite de pente 0,8 contrôlant au mieux les points expérimentaux.

Par suite, pour la couche limite turbulente développée sur nos plaques rugueuses, nous avons :

— pour la plaque 6 :

$$(5,2 a) \quad \frac{\delta_2}{x'} = \frac{0,0603 \pm 0,0010}{(\mathcal{R}')^{0,2}} \quad (\text{précision, } \pm 1,7 \text{ } \%);$$

— pour la plaque 4 :

$$(5,2 b) \quad \frac{\delta_2}{x'} = \frac{0,0543 \pm 0,0013}{(\mathcal{R}')^{0,2}} \quad (\text{précision, } \pm 2,4 \text{ } \%);$$

(1) Comme les diamètres des grains formant les plaques rugueuses sont respectivement 0,6 mm, 0,4 mm et 0,2 mm, nous avons représenté ces plaques par les numéros 6, 4 et 2.

(2) Comme la transition commence toujours au même point de la partie lisse du profil, nous supposons que l'origine fictive de la couche limite turbulente se trouve toujours à 4,4 cm en aval du bord d'attaque, c'est-à-dire que $x' = x - 4,4$ (en cm).

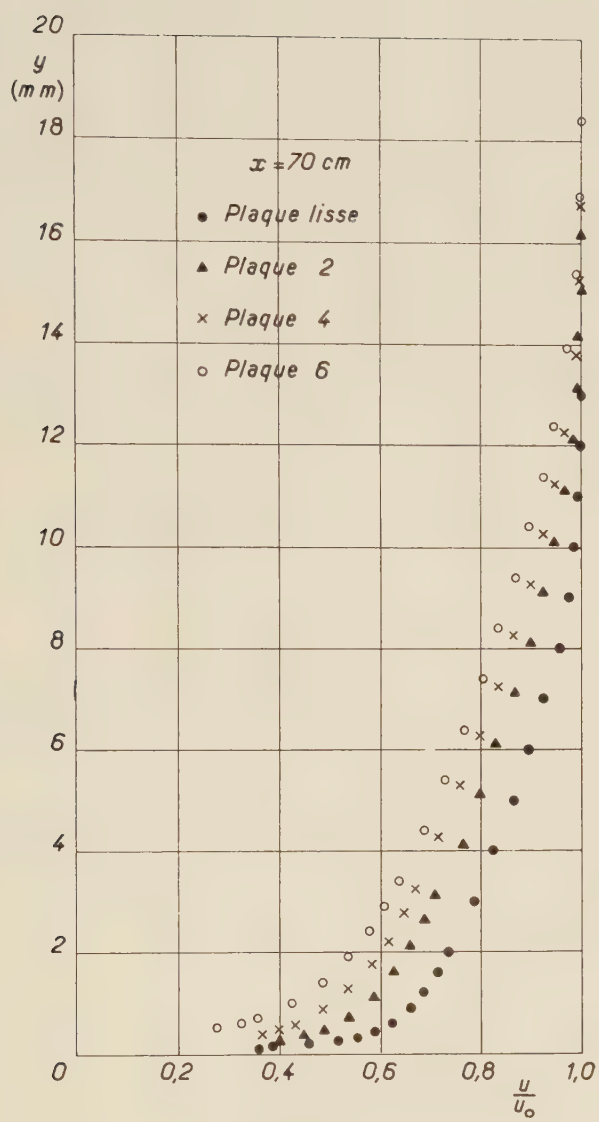


Fig. 38

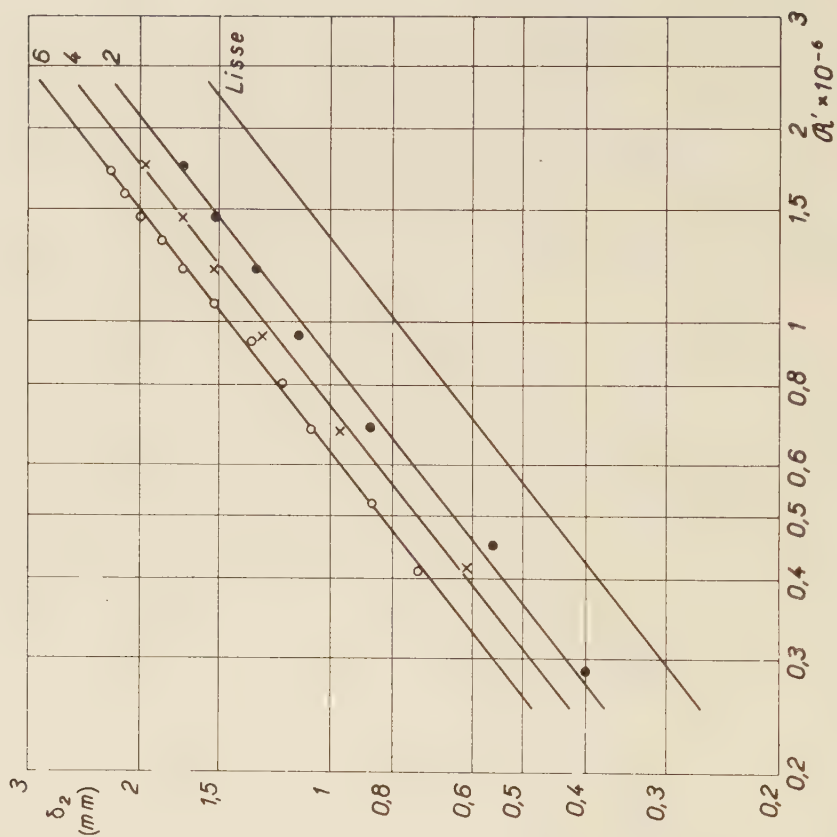


Fig. 39

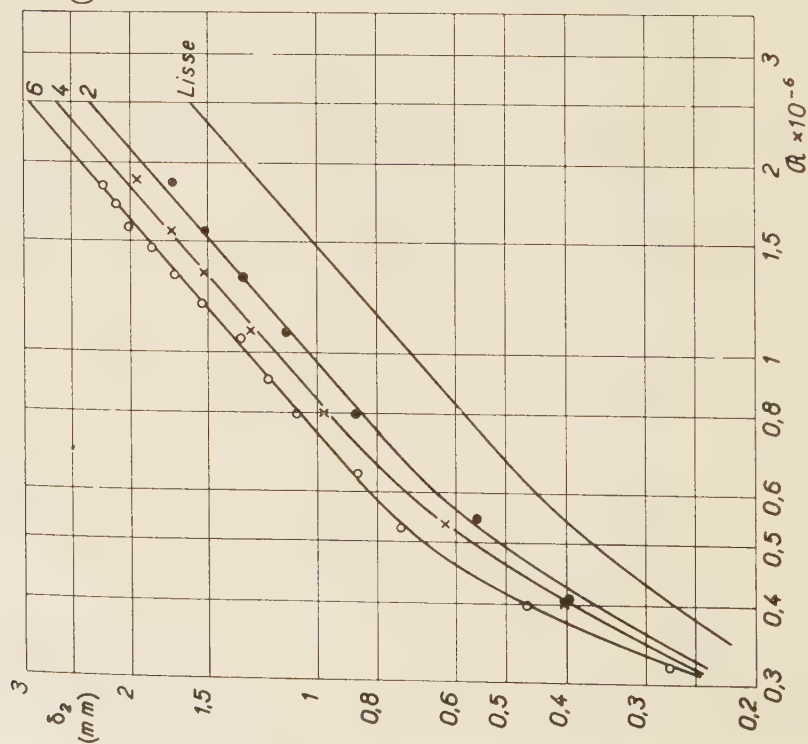


Fig. 40

— pour la plaque 2 :

$$(5,2 c) \quad \frac{\delta_2}{x'} = \frac{0,0483 \pm 0,0013}{(\mathcal{R}')^{0,2}} \quad (\text{précision, } \pm 2,7 \%).$$

Les précisions sont données avec une probabilité de 95 %.

3. — Coefficient moyen de frottement.

Avec des valeurs extraites des courbes moyennes de la *figure 39* nous avons calculé des valeurs de $\mathcal{C}_{fm}$ et tracé les courbes de la *figure 41*.

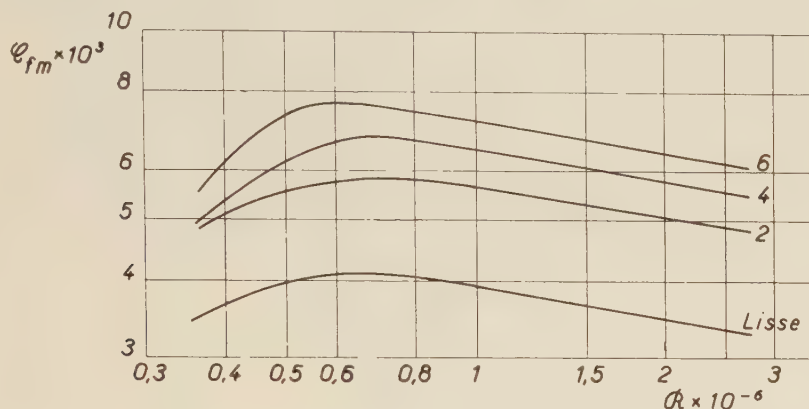


Fig. 41

Ces courbes n'ont pas un grand intérêt car il s'agit, pour les plaques rugueuses, de valeurs moyennes sur des longueurs qui sont en partie lisses et en partie rugueuses. Plus importantes sont les valeurs du coefficient local de frottement.

4. — Coefficient local de frottement.

Nous avons calculé, par dérivation des expressions (5,2 a), (5,2 b) et (5,2 c) :

— plaque 6 :

$$(5,2 d) \quad \mathcal{C}_f = \frac{0,0965 \pm 0,0016}{(\mathcal{R}')^{0,2}};$$

— plaque 4 :

$$(5,5 e) \quad \mathcal{C}_f = \frac{0,0868 \pm 0,0021}{(\mathcal{R}')^{0,2}};$$

— plaque 2 :

$$(5,2 f) \quad \mathcal{C}_f = \frac{0,0774 \pm 0,0021}{(\mathcal{R}')^{0,2}}.$$

Les courbes obtenues sont représentées sur la *figure 42*.

D'après SCHLICHTING [29], on doit avoir des droites parallèles à l'axe des abscisses si l'on relie les points correspondant à $x/e = \text{const}$. Sur la *figure 42*, nous avons marqué, sur les courbes, les points correspondant à $x/e = 1\,000$ et à $x/e = 2\,000$. Comme on peut le voir, ces points se placent assez bien sur des droites parallèles à l'axe des abscisses.

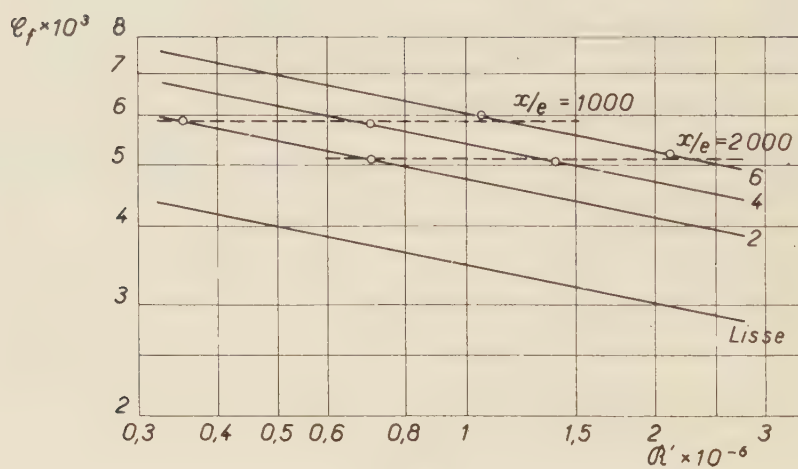


Fig. 42

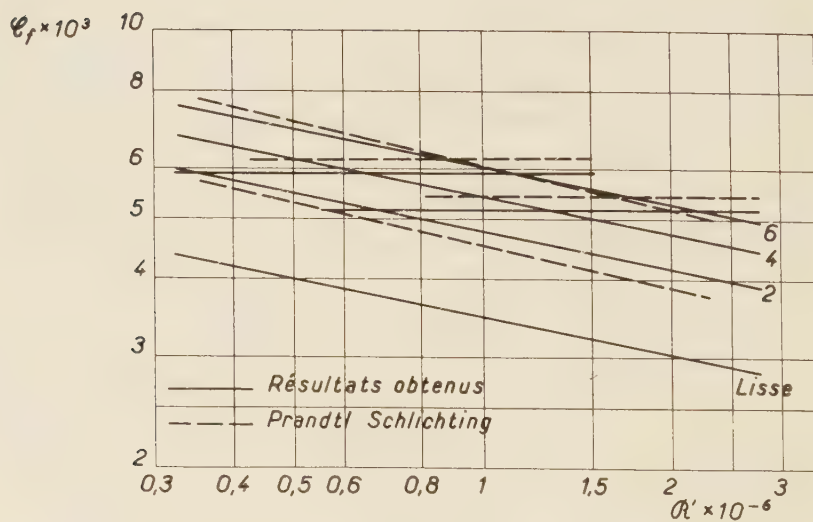


Fig. 43

Nous avons comparé ces résultats avec ceux calculés par SCHLICHTING et PRANDTL [29] à partir des résultats obtenus par NIKURADSE sur les tubes rugueux. La rugosité de NIKURADSE étant obtenue avec des grains de sable, ses résultats ne sont, en principe pas comparables aux nôtres puisque la forme des aspérités intervient dans l'effet de la rugosité. La concordance avec nos résultats est malgré tout assez bonne. Sur la figure 43, nous avons tracé les courbes de PRANTLD-SCHLICHTING correspondant à $eu_0/\nu = 1\,000$ et à $eu_0/\nu = 500$, valeurs très proches de celles que l'on a pour les plaques 6 et 2; la position des droites correspondant à $x/e = 1\,000$ et $x/e = 2\,000$ est, par suite, très voisine des nôtres.

5,3 ÉTUDE THERMIQUE DE LA PLAQUE LISSE

1. — Distribution des températures.

Les mesures de température dans la couche limite ont été faites dans les conditions suivantes : u_0 égal à 40 m/s, θ_0 variant entre 12 et 22° C, $\theta_p - \theta_0$, variant entre 10

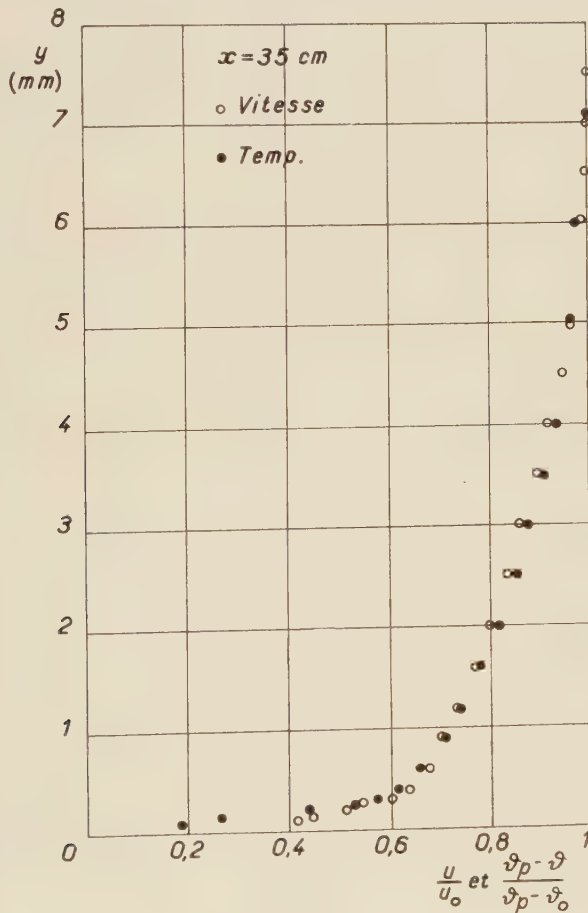


Fig. 44

et 14° C. Nous avons supposé que les propriétés physiques de l'air restaient constantes dans cet intervalle de température et nous les avons prises à la température θ_0 .

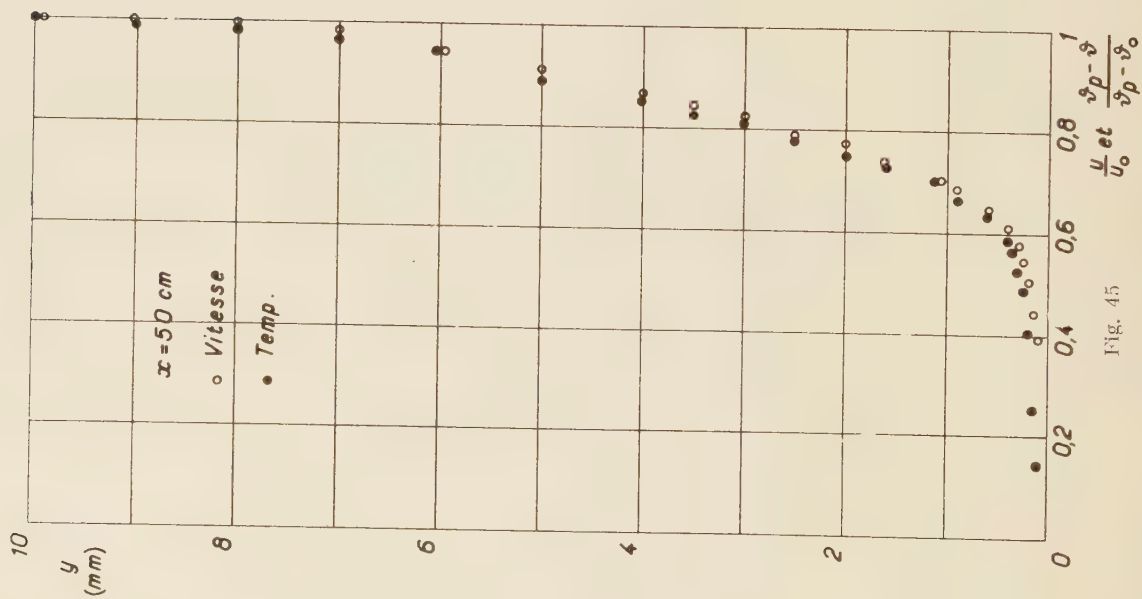


Fig. 45

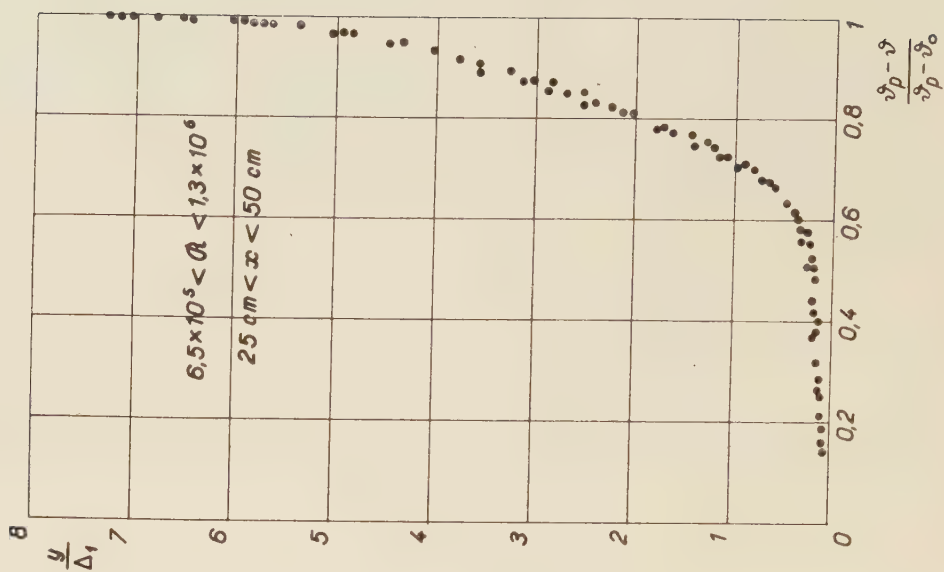


Fig. 46

D'une manière générale, la couche limite thermique a la même structure que la couche limite dynamique et les points des profils de température sont très proches de ceux des profils de vitesse, pour les mêmes valeurs de x . Les figures 44 et 45 permettent la comparaison des profils de vitesse et de température en deux points de la plaque où le régime est turbulent et pour lesquels les écarts, de signes opposés, sont maximums pour chacun des sens.

Après la zone de transition, on retrouve, comme on devait s'y attendre, une loi générale donnant $(\theta_p - \theta) / (\theta_p - \theta_0)$ en fonction de y/Δ_1 où Δ_1 est l'épaisseur de déplacement thermique. La figure 46 donne cette courbe générale correspondant à six profils de température pris entre les abscisses $x = 25$ cm et $x = 50$ cm.

Nous avons comparé les profils de vitesse et de température que nous avons obtenus avec ceux de ELIAS [30]. Les plaques de cet auteur n'étaient chauffées qu'à partir de $x = 10$ cm; il obtient malgré cela le même profil pour les deux grandeurs (même pour $x = 20$ cm) et ce profil est très voisin du nôtre. Le fait que le bord d'attaque n'est pas chauffé devrait pourtant, pour les abscisses considérées, conduire à une couche limite thermique moins épaisse que la couche limite dynamique.

2. — Épaisseur d'enthalpie.

Dans le tableau 6, nous donnons les valeurs de Δ_2 calculées par intégration graphique des courbes :

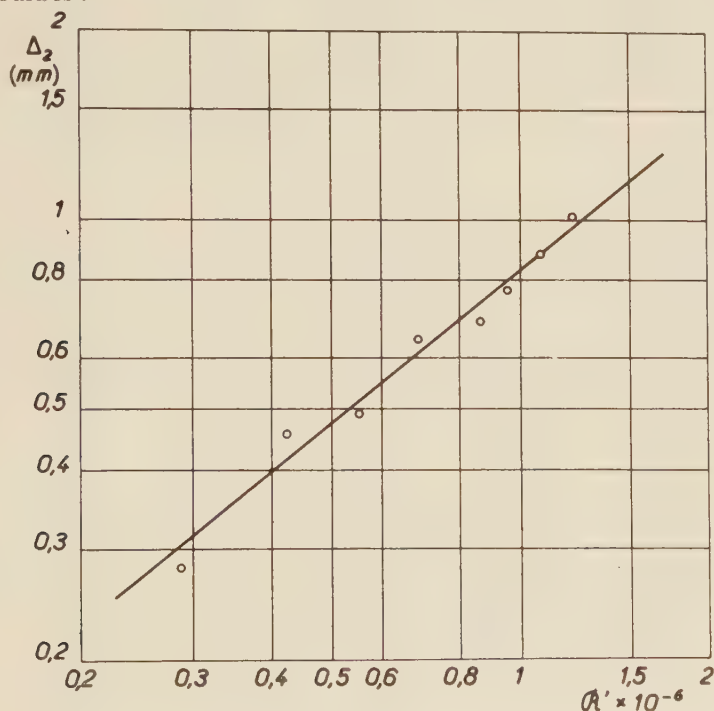


Fig. 47

$$\frac{u}{u_0} \left(1 - \frac{\theta_p - \theta}{\theta_p - \theta_0} \right) = f(y),$$

compte tenu des profils de vitesse déjà obtenus.

Sur la *figure 47*, nous donnons, sur un diagramme logarithmique, les valeurs de Δ_2 en fonction de $\mathcal{R}' = u_0 x' / \nu$. On voit qu'une droite de pente 0,8 représente assez bien les résultats ⁽¹⁾; on obtient :

$$(5,3 \text{ a}) \quad \frac{\Delta_2}{x'} = \frac{0,0351 \pm 0,0009}{\mathcal{R}'^{0,2}} \quad (\text{précision, } \pm 2,6 \text{ \%})$$

avec une précision donnée avec une probabilité de 95 %.

TABLEAU 6

x (cm)	$\mathcal{R} \cdot 10^{-3}$	Δ_2 (mm)	δ_2 (mm)	$\theta_p - \theta_0$ (° C)	θ_0 (° C)	$\mathcal{N}_m^*$
8	225	0,133	0,224	14,25	20,05	254
10	273	0,146	0,268	14,5	20,45	267
12	327	0,209	0,358	15,05	20,7	386
15	406	0,276	0,510	14,3	20,8	501
20	540	0,460	0,737	11,8	22,4	836
25	670	0,487	0,908	13,2	21,8	870
30	800	0,647	1,056	12,7	21,7	1 170
35	993	0,682	1,261	12,35	16,45	1 290
40	1 070	0,766	1,427	12,95	21,9	1 370
45	1 200	0,873	1,561	13,15	21,95	1 555
50	1 333	1,013	1,675	13,25	22,10	1 830

TABLEAU 7. Plaque 6

x (cm)	$\mathcal{R} \cdot 10^{-3}$	Δ_2 (mm)	δ_2 (mm)	$\theta_p - \theta_0$ (° C)	θ_0 (° C)	$\mathcal{N}_m^*$
9,6	254	0,160	0,240	10,35	19,45	284
12	318	0,206	0,447	10,9	19,8	348
15	399	0,356	0,744	11,8	19,55	615
20	529	0,472	1,202	11,4	19,8	754
25	665	0,601	1,419	11,9	19,8	1 015
30	798	0,718	1,78	11,5	19,9	1 192
35	944	0,977	1,99	11,15	15,65	1 705
40	1 081	1,116	2,22	11,6	15,6	1 970
45	1 212	1,321	2,55	11,5	16,15	2 340
50	1 343	1,417	2,83	11,2	16,15	2 480
55	1 481	1,577	3,10	11,3	16,05	2 770
60	1 608	1,558	3,37	10,95	19,8	2 670
65	1 746	1,78	3,55	10,95	19,9	2 760
70	1 876	1,875	3,71	11,1	19,8	3 260

(1) Dans l'étude thermique de la couche limite, la précision est inférieure à celle de l'étude dynamique. Non seulement les mesures de température sont moins précises que les mesures de vitesse, mais les erreurs sur les deux grandeurs s'ajoutent dans le calcul de Δ_2 .

3. — Épaisseur de force vive.

Pour le calcul des coefficients de convection, il nous faut aussi les valeurs de δ_3 . Nous les avons obtenues :

— pour la couche limite laminaire et de transition, par intégration graphique des courbes locales :

$$\frac{u}{u_0} \left(1 - \frac{u^2}{u_0^2} \right) = f(y);$$

— pour la couche limite turbulente, par intégration de la courbe générale :

$$\frac{u}{u_0} \left(1 - \frac{u^2}{u_0^2} \right) = f \left(\frac{y}{\delta_1} \right),$$

ce qui donne :

$$\frac{\delta_3}{\delta_1} = 1,28.$$

Les résultats ont été portés sur le tableau 6.

Nous avons tracé la courbe de δ_3 en fonction de $\mathcal{R}'$ et, pour la couche limite turbulente, nous avons obtenu :

$$(5,3 \text{ b}) \quad \frac{\delta_3}{x'} = \frac{0,061}{\mathcal{R}'^{0,2}}.$$

4. — Nombre moyen de Nusselt ⁽¹⁾.

A partir de l'équation (3,2 n) on peut écrire :

$$(5,3 \text{ c}) \quad \mathcal{N}_m^* = \frac{\alpha_m^* L}{x'} = \mathcal{N}_m^* \mathcal{R} \mathcal{T} = \frac{\mathcal{R} \mathcal{T}}{(\theta_p - \theta_f) L} \left[(\theta_p - \theta_0) \Delta_2 - \frac{u_0^2}{2 c_p} \delta_3 \right].$$

Dans le tableau 6 nous donnons les valeurs de $\mathcal{R}$, $\theta_p - \theta_0$, θ_0 , Δ_2 et δ_3 .

Nous avons calculé $\theta_p - \theta_f$ à l'aide de l'expression :

$$\theta_p - \theta_f = \theta_p - \theta_0 - r \frac{u_0^2}{2 c_p},$$

en prenant $r = 0,85$ pour la couche limite laminaire et $r = 0,89$ pour la zone de transition et turbulente. Nous avons pris :

$$c_p = 1 \text{ joule/g} \cdot ^\circ\text{C} \quad \text{et} \quad \mathcal{T} = 0,713.$$

Les valeurs de $\mathcal{N}_m^*$ sont données dans le tableau 6 et sur la figure 48.

(1) Exceptionnellement nous introduisons ici le nombre de Nusselt à la place du nombre de Margoulis, et cela en vue de simplifier la comparaison des résultats que nous avons obtenus avec ceux des autres auteurs qui sont tous donnés par le premier de ces nombres.

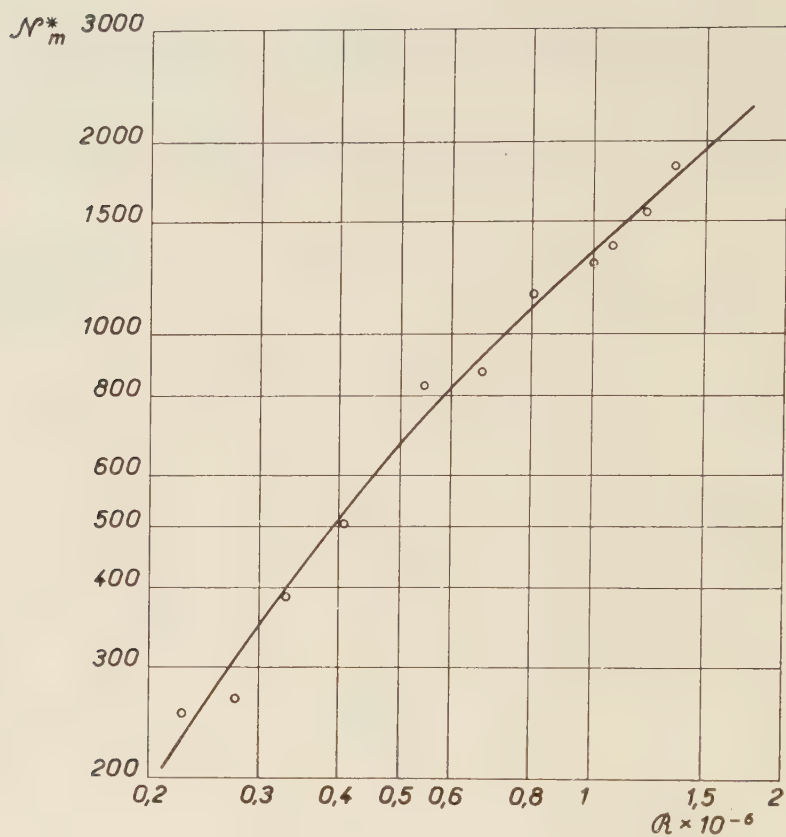


Fig. 48

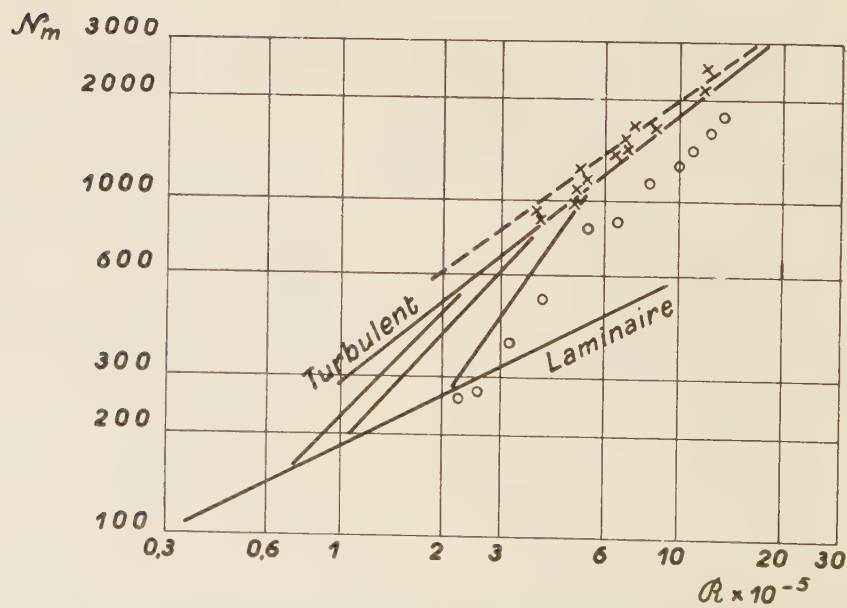


Fig. 49

Les résultats les plus récents que nous avons trouvés dans la littérature à ce sujet sont ceux de JAKOB et Dow [31] représentés sur la *figure 49* en même temps que nos points ⁽¹⁾.

Comme on le voit, dans la couche limite turbulente, nos résultats sont assez différents de ceux de JAKOB et Dow. Nous pouvons expliquer, au moins partiellement, cet écart par les considérations suivantes :

a) JAKOB et Dow n'ont pas fait de corrections pour tenir compte de la dissipation d'énergie dans la couche limite (ils sont arrivés à des vitesses de 50 m/s). Si nous ne faisons pas cette correction, les ordonnées de nos points se trouvent augmentées de 6 %;

b) les essais de JAKOB et Dow ont été effectués sur des cylindres placés parallèlement à l'écoulement et ils reconnaissent que leurs résultats peuvent être plus élevés que ceux qui correspondraient à un cylindre de rayon infini;

c) les cylindres n'étaient pas chauffés à partir du point d'arrêt et les résultats sont obtenus à l'aide d'une correction sur laquelle il est difficile de se prononcer.

d) enfin, la turbulence de la soufflerie dans laquelle ces essais étaient effectués était très faible (intensité de l'ordre du millième); une turbulence du courant extérieur plus importante occasionnerait, peut-être, une valeur plus grande du coefficient de convection.

Sur la *figure 49* nous donnons aussi les résultats de ELIAS [30] et de JÜRGES [32]. En ce qui concerne les résultats de ELIAS, nous avons déjà vu une raison justifiant leurs valeurs plus élevées : sa plaque n'étant pas chauffée à partir du bord d'attaque, il a obtenu un même profil de température et de vitesse;

5. — Nombre local de Margoulis pour la couche limite turbulente.

Nous l'avons calculé à partir de l'expression :

$$(3,2 \text{ k}) \quad \mathfrak{N} = \frac{d\Delta_2}{dx} + \frac{u_0^2}{2c_p(\theta_p - \theta_f)} \left[r \frac{d\Delta_2}{dx} - \frac{d\delta_3}{dx} \right].$$

La dérivation de (5,2 a) et (5,2 b) donne :

$$\frac{d\Delta_2}{dx} = \frac{0,0281}{\mathcal{R}^{10,2}} \quad \text{et} \quad \frac{d\delta_3}{dx} = \frac{0,049}{\mathcal{R}^{10,2}}.$$

Nous avons pris pour $\theta_p - \theta_f$ la moyenne des valeurs que nous avons dans la couche limite turbulente, $\theta_p - \theta_f = 11,95^\circ \text{ C}$. Alors :

$$(5,3 \text{ d}) \quad \mathfrak{N} = \frac{1}{\mathcal{R}^{10,2}} \left[0,0281 \frac{4 \cdot 100^2}{2 \cdot 10^7 \times 11,95} (0,89 \times 0,0281 - 0,049) \right];$$

$$\mathfrak{N}^* = \frac{0,0267 \pm 0,0007}{\mathcal{R}^{10,2}}.$$

(1) Les diverses courbes de transition données par JAKOB et Dow correspondent à diverses formes de la partie amont du cylindre.

Si l'on ne tenait pas compte de la dissipation d'énergie par frottement on aurait :

$$(5,3 e) \quad \mathfrak{N} = \frac{d\Delta_2}{dx} = \frac{0,0281}{\mathcal{R}'^{0,2}},$$

ce qui donne des valeurs 6 % plus grandes.

Les valeurs de $\mathfrak{N}^*$ calculées à partir de (5,3 d) sont inférieures de 15 à 20 % à celles qui résultent des expressions utilisées couramment (cf. [33]).

Par exemple, l'équation :

$$(5,3 f) \quad \mathfrak{N} = \frac{0,0296}{\mathcal{R}'^{0,2} [1 + 2,1 \mathcal{R}'^{-0,1} (\mathcal{E} - 1)]}$$

donnerait dans notre cas :

$$\mathfrak{N} = \frac{0,0345}{\mathcal{R}'^{0,2}}.$$

Notons cependant que l'épaisseur identique des couches limites dynamique et thermique implique un nombre de Prandtl égal à l'unité; avec une telle valeur de $\mathcal{E}$, les expressions (5,3 e) et (5,3 f) donneraient des résultats très voisins.

5,4 ÉTUDE THERMIQUE DES PLAQUES RUGUEUSES

1. — Distribution des températures.

En un point d'une plaque rugueuse, la couche limite dynamique est plus épaisse que la couche limite thermique. La *figure 50* en donne un exemple.

La comparaison des courbes de température pour une même abscisse mais pour les diverses plaques montre que, comme dans le cas de la vitesse, plus la plaque est rugueuse, plus épaisse est la couche limite et plus petit est le taux de variation de la température.

2. Épaisseur d'enthalpie.

Nous l'avons calculée comme au paragraphe précédent et les résultats sont donnés dans les tableaux 7, 8 et 9.

Sur la *figure 51*, nous avons porté les points correspondants à la couche limite turbulente en fonction de $\mathcal{R}'$. Ils sont bien représentés par des droites de pente 0,8 dont les équations sont :

— pour la plaque 6 ⁽¹⁾ :

$$(5,4 a) \quad \frac{\Delta_2}{x'} = \frac{0,0505 \pm 0,0016}{\mathcal{R}'^{0,2}} \quad (\text{précision, } \pm 3,6 \text{ \%});$$

(1) Il se présente, pour la plaque 6, une anomalie : les points se placent sur deux droites de pente 0,8, assez éloignées l'une de l'autre, et le passage de l'une à l'autre se fait brusquement. Comme nous l'avons dit, les plaques rugueuses sont formées par la juxtaposition de neuf petites plaques et les mesures se font sur les trois plaquettes du milieu. Les quatre points bas de la *figure 50* correspondent à la première plaquette. Il faudrait de nouvelles expériences pour essayer de trouver la raison de cette anomalie sur la première partie de la plaque.

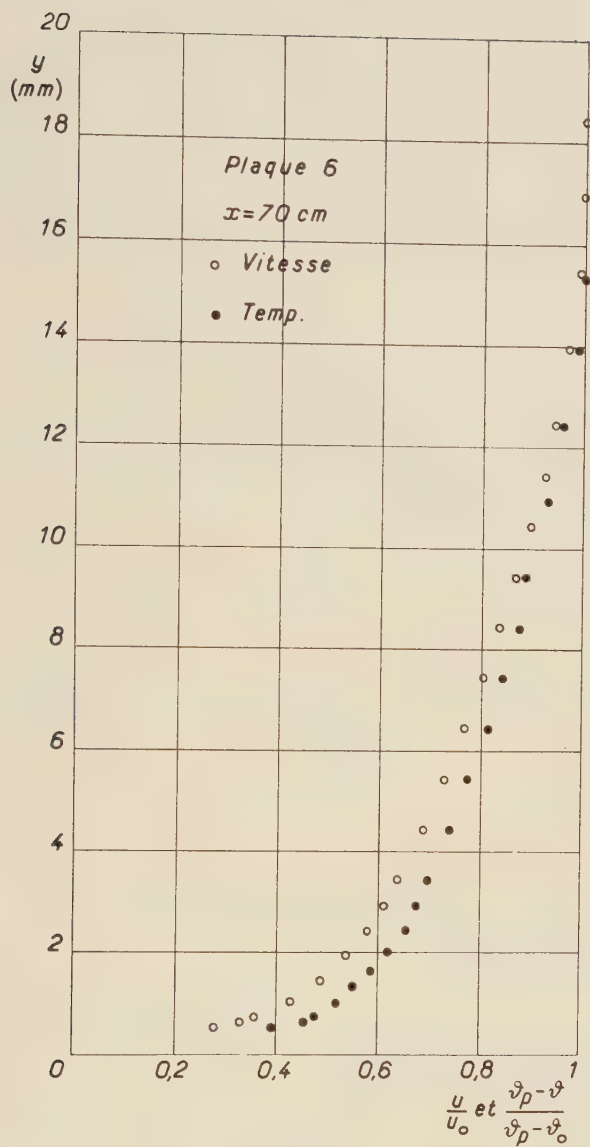


Fig. 50

— pour la plaque 4 :

(5,4 b) $\frac{\Delta_2}{x'} = \frac{0,0468 \pm 0,0016}{\mathcal{R}'^{0,2}} \quad (\text{précision, } \pm 4,6 \text{ } \%)$

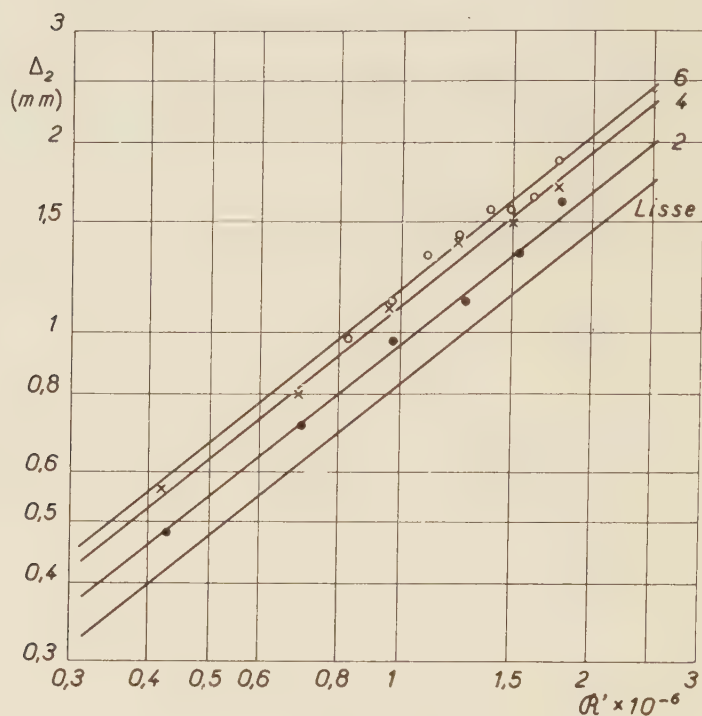


Fig. 51

— pour la plaque 2 :

(5,4 c) $\frac{\Delta_2}{x'} = \frac{0,0415 \pm 0,0016}{\mathcal{R}'^{0,2}} \quad (\text{précision } \pm 5,1 \text{ } \%)$

Les précisions sont données avec une probabilité de 95 %.

TABLEAU 8. — Plaque 4

x (cm)	$\mathcal{R} \cdot 10^{-3}$	Δ_2 (mm)	δ_2 (mm)	$\theta_2 - \theta_0$ (° C)	θ_0 (° C)	$\mathcal{N}^*_{in}$
9,6	261	0,135	0,280	11,95	19,4	239
15	404	0,347	0,666	13,35	19,4	621
20	538	0,562	1,019	13,6	19,4	1 010
30	807	0,787	1,634	13,3	19,9	1 550
40	1 077	1,095	2,170	13,0	19,6	1 950
50	1 345	1,386	2,575	12,85	19,6	2 480
58	1 590	1,480	2,905	12,4	19,7	2 680
70	1 885	1,693	3,31	12,8	19,5	3 040

TABLEAU 9. — Plaque 2

x (cm)	$\mathcal{R} \cdot 10^{-3}$	Δ_2 (mm)	δ_3 (mm)	$\theta_s - \theta_0$ (° C)	θ_0 (° C)	$\mathcal{N}_m^*$
9,6	265	0,120	0,548	14,0	17,0	206
15	412	0,297	0,672	13,75	16,9	529
20	549	0,479	0,944	12,8	16,65	866
30	819	0,710	1,478	12,25	16,75	1 265
40	1 097	0,967	1,939	14,0	15,5	1 760
50	1 388	1,120	2,275	14,85	15,65	2 050
60	1 656	1,332	2,605	14,35	15,8	2 440
70	1 915	1,618	2,960	14,4	15,55	2 970

3. — Épaisseur de force vive.

Les valeurs obtenues sont données dans les tableaux 7, 8 et 9. La représentation, sur un diagramme logarithmique, de δ_3 en fonction de $\mathcal{R}'$, donne encore des droites de pente 0,8 pour la couche limite turbulente. Les équations de ces droites sont :

— pour la plaque 6 :

$$(5,4 d) \quad \frac{\delta_3}{x'} = \frac{0,099}{\mathcal{R}'^{0,2}};$$

— pour la plaque 4 :

$$(5,4 e) \quad \frac{\delta_3}{x'} = \frac{0,0915}{\mathcal{R}'^{0,2}};$$

— pour la plaque 2 :

$$(5,4 f) \quad \frac{\delta_3}{x'} = \frac{0,081}{\mathcal{R}'^{0,2}}.$$

4. — Nombre moyen de Nusselt.

Dans les tableaux 7, 8 et 9, figurent les valeurs de $\mathcal{N}_m^*$ calculées à partir de (5,3 c).

La figure 52 donne les points obtenus ⁽¹⁾.

Comme les points relatifs aux diverses plaques sont très voisins et qu'ils ne s'alignent pas (à cause de l'influence de la couche limite laminaire), il est difficile de tirer des conclusions de ce diagramme : nous remarquerons cependant que la courbe correspondant à la plaque 2 se place entre celle de la plaque lisse et celles des deux autres plaques rugueuses qui, elles, semblent confondues.

(1) Pour la plaque 6, nous n'avons pas porté sur le diagramme les valeurs correspondant aux points bas de la courbe Δ_2 .

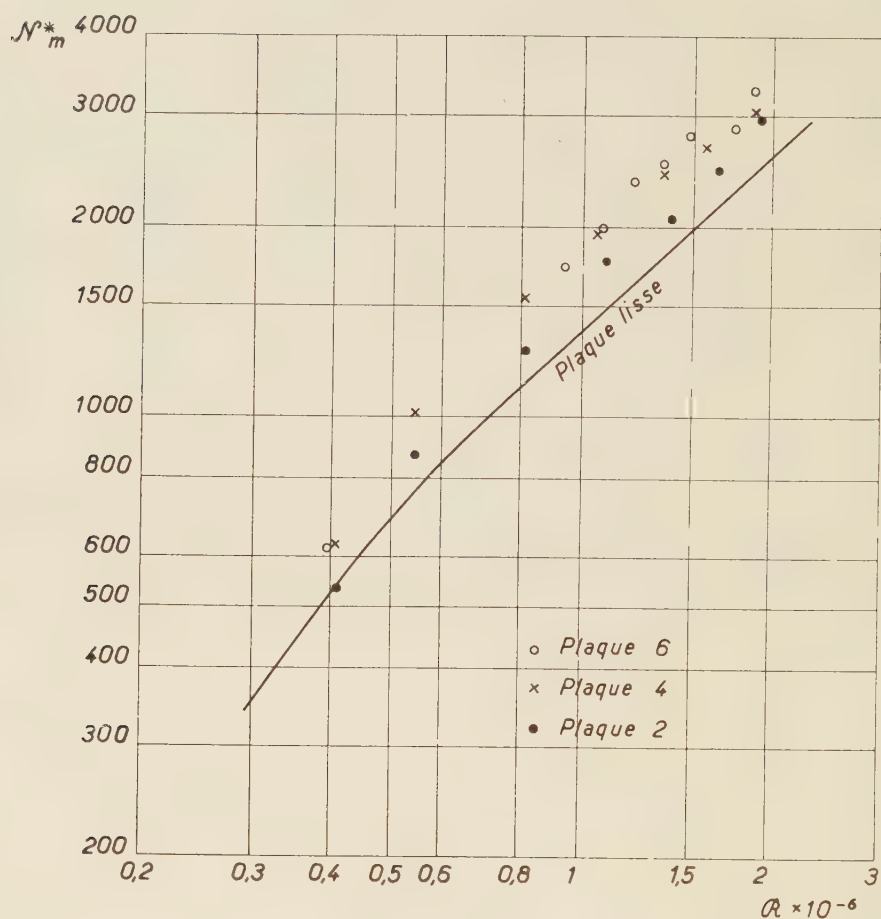


Fig. 52

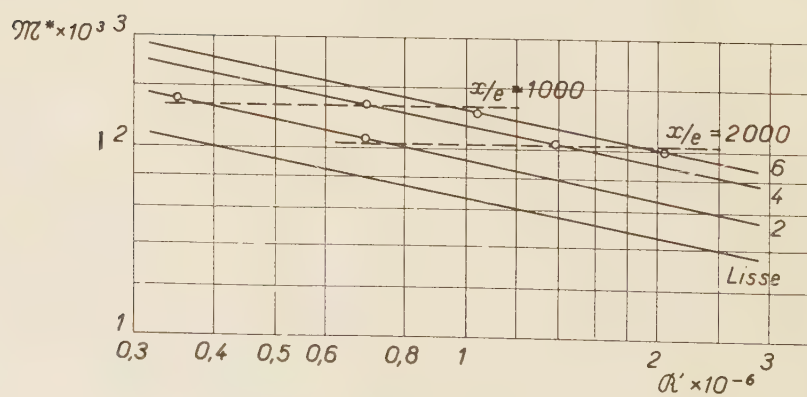


Fig. 53

5. — Nombre local de Margoulis pour la couche limite turbulente.

Nous l'avons calculé comme au paragraphe (5,3); les résultats sont les suivants :

— pour la plaque 6 :

$$(5,4\ g) \quad \mathfrak{N}^* = \frac{0,0362 \pm 0,0013}{\mathcal{R}'^{0,2}};$$

— pour la plaque 4 :

$$(5,4\ h) \quad \mathfrak{N} = \frac{0,0351 \pm 0,0016}{\mathcal{R}'^{0,2}};$$

— pour la plaque 2 :

$$(5,4\ i) \quad \mathfrak{N}^* = \frac{0,0311 \pm 0,0016}{\mathcal{R}'^{0,2}}.$$

Les corrections dues à l'échauffement par frottement sont respectivement de 9,2 %, 7,7 % et 7,0 %.

Les courbes correspondant à ces équations sont représentées sur la *figure 53*. Sur ces courbes nous avons marqué les points correspondant, à $x/e = 1\ 000$ et à $x/e = 2\ 000$. Ils se situent sur une droite légèrement inclinée ⁽¹⁾; sur la figure nous avons remplacé ces droites par d'autres parallèles à l'axe des abscisses, ce qui nous indique l'ordre de grandeur de l'inclinaison.

5,5 COMPARAISON ENTRE LE FROTTEMENT ET LA CONVECTION DE LA CHALEUR

Nous allons étudier les valeurs du rapport $2\mathfrak{N}^*/\mathcal{C}_f$ pour la couche limite turbulente.

1. — Plaque lisse.

Des expressions (5,1 *g*) et (5,3 *d*) on tire :

$$\frac{2\mathfrak{N}^*}{\mathcal{C}_f} = 0,96$$

ou, si l'on ne tient pas compte de la dissipation :

$$\frac{2\mathfrak{N}}{\mathcal{C}_f} = 1,02.$$

Ce serait la valeur qui correspondrait à un nombre de Prandtl très voisin de l'unité.

D'après l'expression de Prandtl ⁽²⁾ :

$$\frac{2\mathfrak{N}}{\mathcal{C}_f} = \frac{1}{1 + 10 \sqrt{\frac{\mathcal{C}_f}{2} (\mathcal{P} - 1)}}$$

(1) Pour $x/e = 2\ 000$, par exemple, $\mathfrak{N}^*$ décroît de 5 % entre $\mathcal{R} = 7.10^5$ et $\mathcal{R} = 2.10^6$.

(2) Pour plus de détails, voir [34].

nous devrions avoir, pour un nombre de Prandtl égal à 0,72 :

$$\frac{2 \mathfrak{N}}{\mathcal{C}_f} = 1,15.$$

D'un autre côté, si l'on compare les résultats de JACOB et Dow avec les expressions qui donnent le coefficient de frottement moyen, on obtient :

$$\frac{2 \mathfrak{N}_m}{\mathcal{C}_{fm}} = 1,03.$$

FOURNEL et M^{me} GÉNOT [13] ont trouvé :

$$0,94 < \frac{2 \mathfrak{N}}{\mathcal{C}_f} < 0,96.$$

2. — Plaques rugueuses.

Nous avons calculé les valeurs du rapport $2 \mathfrak{N}^*/\mathcal{C}_f$ pour les trois plaques rugueuses et pour diverses valeurs de x' . Les résultats sont donnés dans le tableau suivant :

	PLAQUE 2	PLAQUE 4	PLAQUE 6
	0,804	0,861	0,745
	0,749	0,754	0,770
	0,803	0,797	0,796
	0,798	0,847	0,764
	0,824	0,801	0,780
	0,890	0,805	0,698
			0,687
			0,791
Moyenne ⁽¹⁾	0,81	0,81	0,75

Par une analyse de variance des valeurs contenues dans ce tableau nous avons recherché la probabilité pour que les valeurs 0,75, 0,81 et 0,81 soient différentes. Cette analyse devrait nous montrer si les différences entre les trois moyennes peuvent ou non être attribuées au hasard, c'est-à-dire, si elles sont provoquées par les écarts qui existent entre les valeurs isolées ou par des différences réelles entre les plaques.

Le tableau suivant donne les résultats de l'analyse de variance :

	NOMBRE DE DEGRÉS DE LIBERTÉ	SOMME DES CARRÉS	VARIANCE	COMPARAISON DES VARIANCES
Entre les groupes . .	2	16 125	8 062	4,49
Dans les groupes . .	17	30 457	1 792	
TOTAL	19	46 582		

(1) Les valeurs de ces moyennes peuvent, aussi, être obtenues directement à partir des expressions (5,2d), (5,2 c), (5,2 f), (5,4 g), (5,4 h) et (5,4 i).

Dans les tableaux de statistique, on trouve que la probabilité pour que le rapport entre la variance « entre groupes » et la variance « dans les groupes » soit égale à 4,49 est de 3 %; ainsi, la probabilité pour que les trois moyennes soient égales est seulement de 3 %. Il y a donc, d'après nos résultats, de fortes chances pour que le rapport $2\mathfrak{M}^*/\mathcal{C}_f$ décroisse avec la rugosité.

Ceci confirme la proposition énoncée à la fin du chapitre premier : plus la rugosité est grande, plus le rapport $2\mathfrak{M}^*/\mathcal{C}_f$ est petit.

5,6

CONCLUSION

Pour la couche limite turbulente, considérée comme ayant une origine fictive, nous pouvons résumer nos résultats en quelques propositions :

1° pour toutes les plaques, soit lisses, soit rugueuses, les coefficients de frottement et les nombres de Margoulis sont donnés approximativement par des expressions du type $\mathcal{C}/\mathcal{R}^{0,2}$;

2° pour les plaques rugueuses et une même valeur de x/e , le coefficient de frottement est indépendant du nombre de Reynolds, et le nombre de Margoulis est légèrement décroissant avec ce nombre.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] VÉRON, M. — *Bull. Tech. Soc. Française Const.*, Babcock et Wilcox, n° 26 (1953).
- [2] ARNI, V. R. S., et MYERS, J. E. — *Refrig. Eng.* 61, 757 (1953).
- [3] REIHER, M. — *Forsch. Geb. Ingenieurwes* n° 269 (1925).
- [4] MARSHALL, D. — *A. R. C. Reports and Memoranda* n° 1 004 (1926).
- [5] NAGAOKA, Z., et WATANABE, A. — *Proc. Intern. Congr. Refrig.* (7^e Congrès) 3, n° 16, 221 (1937).
- [6] DITUS, F. W., et BOELTER, L. M. K. — *Univ. Calif. Public. in Eng.*, 2, 443 (1930).
- [7] COPE, W. F. — *Proc. Inst. Mech. Engrs.* 145, 99 (1941).
- [8] RIBAUD, G. — *Comptes Rendus Ac. des Sc.*, Paris 211, 541 (1940).
- [9] BOELTER, L. M. K., YOUNG, G., GREENFIELD, M. L., SANDERS, V. D., et MORGAN, M. — *N.A.C.A. T.N.* 2 517 (1951).
- [10] SAMS, E. M. — *N.A.C.A. R.M.* E52D17 (1952).
- [11] STREETER, V. L., et CHU, H. — *Proj.* n° 4 918, Illinois Inst. of Tech. (1949).
- [12] SUGAWARA, S., et SATO, T. — *Mem. Fac. Eng.*, Kioto Univ. 14, n° 1 (1952).
- [13] FOURNEL, E., et GÉNOT, J. — *La Recherche aéronautique* 39, 31 (1954).
- [14] BRUN, E. A. et RIBAUD, G., — *La convection forcée de la chaleur en régime d'écoulement turbulent*, Mém. Sc. Phys. n° XLVI, Gauthier-Villars, Paris, 1942, p. 49.
- [15] McADAMS, W. H. — *Heat Transmission*, McGraw-Hill, New York et Londres, 1942, 2^e éd., p. 179.
- [16] HUGHES, J. A. — Résultats donnés dans [15], p. 221.
- [17] VORNEHM, J. A. — Résultats donnés dans [15], p. 221.
- [18] HILPERT, R. — *Forsch. Geb. Ingenieurwes* 4, 215 (1932).
- [19] McADAMS, W. H. — *Loc. cit.*, p. 221.
- [20] BRUN, E. A. — *Introduction à l'étude de la couche limite*, Gauthier-Villars, Paris, 1955, p. 49.
- [21] BRUN, E. A., et JAMPY, M. — *Bull. Soc. Française Phys.* n° 389, 87 (1936).
- [22] MARTINOT-LAGARDE, A., et GONTIER, G. — *Comptes Rendus Ac. des Sc.*, Paris 237, 966 (1953).
- [23] MULLIKIN, H. F. — *Symposium sur la mesure et le contrôle de la température* (New York, nov. 1939), Reynolds Publ. Corp, New York, 1941, p. 779.
- [24] BRUN, E. A., et PLAN, M. — *Journées sur la couche limite*, Goettingen, oct. 1955.
- [25] NIKURADSE, I. — *La couche limite turbulente le long d'une plaque*, Z.W.B. — D.V.L. (1942), trad. G.R.A. n° 644.
- [26] VAN DER HEGGE ZIJNEN. — Thèse (1924).
- [27] GOLDSTEIN, S. (éd.). — *Modern Developments in Fluid Dynamics*, Clarenton Press, Oxford, 1938, vol. II, p. 361.
- [28] GOLDSTEIN, S. — *Loc. cit.*, p. 366.
- [29] SCHLICHTING, H. — *Boundary Layer Theory*, traduction de l'allemand par J. Kestin, Pergamon Press, Londres, 1955, p. 448.
- [30] ELIAS, F. — *Zeitschrift ang. Math. Mech.* 9, 434 (1929).
- [31] JAKOB, M., et DOW, W. M. — *Trans. Am. Soc. Mech. Engrs.* 68, 123 (1946).
- [32] JÜRGES, W. — Résultats donnés dans [31].
- [33] BRUN, E. A. — *Loc. cit.*, p. 125.
- [34] BRUN, E. A. — *Journal Physique*, n° 8, 226 (1945).
- [35] BRUN, E. A., BRUNELLO, G., et VERNOTTE, M. — *Publ. scient. et techn. du Ministère de l'Air*, Note technique N 60 (1956).

DEUXIÈME THÈSE

Propositions données par la Faculté

ÉTUDE DE LA VISCOSITÉ DES MÉTAUX LIQUIDES

Vu et approuvé :

Paris, le 14 janvier 1956.

Le Doyen de la Faculté des Sciences,

J. PÉRÈS.

Vu et permis d'imprimer :

Le Recteur de l'Académie de Paris,

Jean SARRAILH.



IMPRIMERIE



IMPRIMERIE